

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $30 \cdot \left(\frac{1}{3} - 0,3\right) = 1$.
- 5p 2. Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2 - x + a = 0$, unde a este număr real. Determinați valorile reale ale lui a pentru care $x_1 x_2 - 1 < 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x+1} = 9^x$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra unităților egală cu 3.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1, -1)$ și $B(4, 4)$. Demonstrați că punctele A , O și B sunt coliniare.
- 5p 6. Demonstrați că $(\sin x + \cos x)^2 - \sin 2x = 1$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = 16$.
- 5p b) Determinați numărul real a pentru care $A \cdot B = aI_2$.
- 5p c) Demonstrați că $\det\left(xA + \frac{1}{x}B\right) \geq 49$, pentru orice număr real nenul x .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 5xy + 15(x + y) + 42$.
- 5p a) Arătați că $(-2) \circ (-2) = 2$.
- 5p b) Demonstrați că $x \circ y = 5(x + 3)(y + 3) - 3$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numărul real x , pentru care $(x - 3) \circ (x - 3) \circ (x - 3) = 197$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x - 2)e^x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = (x - 1)e^x$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$.
- 5p c) Demonstrați că $-e \leq f(x) \leq 0$, pentru orice $x \in (-\infty, 2]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 + 1$.
- 5p a) Arătați că $\int_{-1}^1 (f(x) - 1) dx = 2$.
- 5p b) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.
- 5p c) Calculați $\int_1^e f(x) \ln x dx$.