

Examenul de bacalaureat național 2018
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{șt-nat}}$
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$1+i+(i-1)(1+i)-(i-1)=1+i+(i^2-1)-i+1=$ $=1+i-2-i+1=0$	3p 2p
2.	$f(1)=0$ $f(f(1))=f(0)=1$	2p 3p
3.	$x^2-5x+7=3 \Rightarrow x^2-5x+4=0$ $x=1$ sau $x=4$, care convin	2p 3p
4.	Mulțimea numerelor naturale pare de două cifre are 45 de elemente, deci sunt 45 de cazuri posibile În mulțimea numerelor naturale pare de două cifre sunt 9 numere divizibile cu 5, deci sunt 9 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{9}{45} = \frac{1}{5}$	1p 2p 2p
5.	$x_A + x_C = 6$, $x_B + x_D = 6 \Rightarrow x_A + x_C = x_B + x_D$ $y_A + y_C = 6$, $y_B + y_D = 6 \Rightarrow y_A + y_C = y_B + y_D \Rightarrow$ segmentele AC și BD au același mijloc, deci $ABCD$ este paralelogram	2p 3p
6.	Cum $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\operatorname{tg} x = 1$, obținem $x = \frac{\pi}{4}$ $\sin \frac{\pi}{4} + 3 \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$X(1) = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(X(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 1 \cdot 5 =$ $= 1 - 5 = -4$	3p 2p
b)	$X(-a) + X(a) = \begin{pmatrix} -a & 5 \\ 1 & -a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & 5 \\ 1 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 10 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} -2018 & 5 \\ 1 & -2018 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2018 & 5 \\ 1 & 2018 \end{pmatrix} = X(-2018) + X(2018)$, pentru orice număr real a	3p 2p
c)	$\begin{pmatrix} ab+5 & 5(a+b) \\ a+b & ab+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+b & 10 \\ 2 & a+b \end{pmatrix}$ Cum $a+b=2$ și $ab=-3$, obținem perechile $(-1, 3)$ și $(3, -1)$	3p 2p
2.a)	$f = X^3 - 2X^2 - X + 2 \Rightarrow f(2) = 2^3 - 2 \cdot 2^2 - 2 + 2 =$ $= 8 - 8 - 2 + 2 = 0$	3p 2p
b)	$f(-1) = 0 \Rightarrow m = 2$, deci $f = X^3 - 2X^2 - X + 2$ Restul împărțirii lui f la $X^2 - 3X + 2$ este 0, deci f se divide cu $X^2 - 3X + 2$	3p 2p

c)	$x_1 + x_2 + x_3 = 2, x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = -1, x_1x_2x_3 = -m$	3p
	$\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}{x_1x_2x_3} = 6 \Leftrightarrow \frac{6}{-m} = 6, \text{ deci } m = -1$	2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{1 \cdot (x+1) - x \cdot 1}{(x+1)^2} + \frac{1 \cdot (x+2) - (x+1) \cdot 1}{(x+2)^2} + \frac{1 \cdot (x+3) - (x+2) \cdot 1}{(x+3)^2} =$	3p
	$= \frac{x+1-x}{(x+1)^2} + \frac{x+2-x-1}{(x+2)^2} + \frac{x+3-x-2}{(x+3)^2} = \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+2)^2} + \frac{1}{(x+3)^2}, x \in (-1, +\infty)$	2p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} \right) = 3$	3p
	Dreapta de ecuație $y = 3$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f	2p
c)	$f'(x) > 0$, pentru orice $x \in (-1, +\infty) \Rightarrow f$ este crescătoare pe $(-1, +\infty)$	2p
	f este continuă pe $(-1, +\infty)$, $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} f(x) = -\infty$ și $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$, deci $\text{Im } f = (-\infty, 3)$	3p
2.a)	$\int_1^2 (f(x) - \ln x) dx = \int_1^2 (3x^2 + 2x + 1) dx = \left(x^3 + x^2 + x \right) \Big _1^2 =$	3p
	$= (8 + 4 + 2) - (1 + 1 + 1) = 11$	2p
b)	$\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = \int_1^e \left(3x + 2 + \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x} \right) dx = \left(\frac{3x^2}{2} + 2x + \ln x \right) \Big _1^e + \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx =$	3p
	$= \frac{3e^2 + 4e - 5}{2} + \frac{1}{2} \ln^2 x \Big _1^e = \frac{3e^2 + 4e - 4}{2}$	2p
c)	$\mathcal{A} = \int_1^a f(x) dx = \int_1^a (3x^2 + 2x + 1 + \ln x) dx = \left(x^3 + x^2 + x \right) \Big _1^a + \left(x \ln x - x \right) \Big _1^a = a^3 + a^2 + a \ln a - 2$	3p
	$a^3 + a^2 + a \ln a - 2 = a^3 + a^2 + a - 2 \Rightarrow \ln a = 1, \text{ deci } a = e$	2p