

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $1 + i + (i-1)(1+i) - (i-1) = 0$, unde $i^2 = -1$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x + 1$. Calculați $(f \circ f)(1)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x^2 - 5x + 7) = \log_2 3$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale pare de două cifre, acesta să fie divizibil cu 5.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(-2,1)$, $C(4,3)$ și $D(8,5)$. Demonstrați că patrulaterul $ABCD$ este paralelogram.
- 5p 6. Arătați că $\sin x + 3\cos x = 2\sqrt{2}$, știind că $\operatorname{tg} x = 1$ și $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $X(a) = \begin{pmatrix} a & 5 \\ 1 & a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(X(1)) = -4$.
- 5p b) Demonstrați că $X(-a) + X(a) = X(-2018) + X(2018)$, pentru orice număr real a .
- 5p c) Determinați perechile de numere reale (a, b) pentru care $X(a)X(b) = X(a) + X(b)$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 2X^2 - X + m$, unde m este număr real.
- 5p a) Pentru $m = 2$, arătați că $f(2) = 0$.
- 5p b) Arătați că, dacă polinomul f se divide cu $X + 1$, atunci polinomul f se divide cu $X^2 - 3X + 2$.
- 5p c) Determinați numărul real nenul m , știind că $\frac{x_1}{x_2 x_3} + \frac{x_2}{x_3 x_1} + \frac{x_3}{x_1 x_2} = 6$, unde x_1 , x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+2)^2} + \frac{1}{(x+3)^2}$, $x \in (-1, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Determinați imaginea funcției f .
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 + 2x + 1 + \ln x$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^2 (f(x) - \ln x) dx = 11$.
- 5p b) Arătați că $\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = \frac{3e^2 + 4e - 4}{2}$.
- 5p c) Determinați numărul real a , $a > 1$, știind că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = a$ are aria egală cu $a^3 + a^2 + a - 2$.