

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică *M\_mate-info*

Varianta 9

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că numărul  $n = |1 - \sqrt{2}| + |2 - \sqrt{2}|$  este natural.
- 5p 2. Se consideră funcțiile  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 11 - x$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 1 - 11x$ . Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația  $f(x) \geq g(x)$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^x \cdot 2^{x+1} = 72$ .
- 5p 4. Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma folosind doar cifre impare.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-3, 3)$ ,  $B(1, 3)$  și  $C(1, 5)$ . Calculați aria triunghiului  $ABC$ .
- 5p 6. Calculați lungimea razei cercului circumscris  $\triangle ABC$ , știind că  $BC = 4$ ,  $B = \frac{\pi}{3}$  și  $C = \frac{\pi}{6}$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea  $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x-2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{x-2} \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det(A(2)) = 1$ .
- 5p b) Demonstrați că  $A(x)A(y) = A(x+y-2)$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p c) Determinați numerele reale  $m$  pentru care  $A(1)A(2)A(3) \cdot \dots \cdot A(10) = A(m^2 + m + 17)$ .
2. Se consideră polinomul  $f = X^3 - 4X^2 + 5X + a$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $f(1) - f(-1) = 12$ .
- 5p b) Determinați numărul real  $a$ , știind că polinomul  $f$  este divizibil cu polinomul  $X - 2$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $a$ , știind că toate rădăcinile polinomului  $f$  sunt numere întregi.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \ln x$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{2 - \ln x}{2x\sqrt{x}}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p b) Determinați abscisa punctului situat pe graficul funcției  $f$ , în care tangenta la graficul funcției  $f$  este perpendiculară pe axa  $Oy$ .
- 5p c) Demonstrați că  $2^{\sqrt{3}} < 3^{\sqrt{2}}$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 4x - x^2$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_0^3 f(x) dx = 9$ .

- 5p**   **b)** Arătați că  $\int_1^2 \frac{2-x}{f(x)} dx = \frac{1}{2} \ln \frac{4}{3}$ .
- 5p**   **c)** Pentru fiecare număr natural nenul  $n$ , se consideră numărul  $I_n = \int_0^4 f^n(x) dx$ . Demonstrați că  $I_{n+1} \leq 4I_n$ , pentru orice număr natural nenul  $n$ .