

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 8

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$3z_1 - z_2 = 3(3 - i) - (8 - 3i) =$ $= 9 - 3i - 8 + 3i = 1$	2p 3p
2.	$a - 5 + (a + 1) - 5 = 35$ $2a - 9 = 35 \Rightarrow a = 22$	2p 3p
3.	$4^x(2 - 4) + 32 = 0 \Leftrightarrow 4^x = 16$ $x = 2$	3p 2p
4.	Mulțimea numerelor naturale de o cifră are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile Numerele naturale de o cifră care verifică relația sunt 6, 7, 8 și 9, deci sunt 4 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$	2p 2p 1p
5.	$\overline{AC} = \overline{CB}$, deci punctul C este mijlocul segmentului AB $m = 4$	2p 3p
6.	$\mathcal{A}_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} \Rightarrow 24 = \frac{6 \cdot AC}{2} \Rightarrow AC = 8$ $BC = 10$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ln 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ln 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$ $= 2 + 0 + 0 - 0 - 0 - 0 = 2$	2p 3p
b)	$A(a)A(b) = \begin{pmatrix} (a+1)(b+1) & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ln((a+1)(b+1)) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} (ab+a+b)+1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ln((ab+a+b)+1) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = A(ab+a+b)$, pentru orice numere reale a și b , $a > 0, b > 0$	3p 2p
c)	$A(a)A(a) = A((a+1)^2 - 1)$, $A(a)A(a)A(a) = A((a+1)^3 - 1)$, pentru a număr real, $a > 0$ $(a+1)^3 - 1 = 7 \Leftrightarrow (a+1)^3 = 8$, deci $a = 1$	2p 3p
2.a)	$f(-2) = 6m - 6$, pentru m număr real $6m - 6 = 0 \Rightarrow m = 1$	3p 2p

b)	$f = X^3 + X^2 - X + 2 = (X + 2)(X^2 - X + 1)$ $x_1 = -2, x_2 = \frac{1-i\sqrt{3}}{2}, x_3 = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}$	2p 3p
c)	$x_1 + x_2 + x_3 = -m, x_1 x_2 x_3 = -2$ $a = \frac{x_1^3 + mx_1^2}{x_1 x_2 x_3} + \frac{x_2^3 + mx_2^2}{x_1 x_2 x_3} + \frac{x_3^3 + mx_3^2}{x_1 x_2 x_3} = \frac{mx_1 - 2}{x_1 x_2 x_3} + \frac{mx_2 - 2}{x_1 x_2 x_3} + \frac{mx_3 - 2}{x_1 x_2 x_3} = \frac{m(x_1 + x_2 + x_3) - 6}{x_1 x_2 x_3} =$ $= \frac{m^2 + 6}{2} \geq 3$, deci $a \in [3, +\infty)$, pentru orice număr real m	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = e^x(x^2 + 4x + 1) + e^x(2x + 4) =$ $= e^x(x^2 + 6x + 5) = e^x(x + 5)(x + 1), x \in \mathbb{R}$	3p 2p
b)	Tangenta la graficul funcției f în $(x_0, f(x_0))$ este paralelă cu axa $Ox \Leftrightarrow f'(x_0) = 0$ $e^{x_0}(x_0 + 5)(x_0 + 1) = 0 \Leftrightarrow x_0 = -5$ sau $x_0 = -1$	2p 3p
c)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0, f(-5) = \frac{6}{e^5}, f(-1) = -\frac{2}{e}$ și $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ Cum f este continuă pe $\mathbb{R}$ și f este strict monotonă pe $(-\infty, -5)$, pe $(-5, -1)$ și pe $(-1, +\infty)$, ecuația $f(x) = a$ are exact trei soluții reale $\Leftrightarrow a \in \left(0, \frac{6}{e^5}\right)$	2p 3p
2.a)	F este o primitivă a funcției $f \Rightarrow F'(x) = f(x) = \frac{1}{\ln x}, x \in (1, +\infty)$ $F'(x) > 0$, pentru orice $x \in (1, +\infty)$, deci F este strict crescătoare pe intervalul $(1, +\infty)$	2p 3p
b)	$\int_e^{e^2} \frac{1}{x} f(x) dx = \int_e^{e^2} \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{\ln x} dx = \ln(\ln x) \Big _e^{e^2} =$ $= \ln 2 - \ln 1 = \ln 2$	3p 2p
c)	$g(x) = \ln x \Rightarrow \mathcal{A} = \int_e^a g(x) dx = \int_e^a \ln x dx = x \ln x \Big _e^a - \int_e^a x \cdot \frac{1}{x} dx = a \ln a - a$ $a \ln a - a = 2a$ și, cum $a > e$, obținem $a = e^3$	3p 2p