

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Varianta 8

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră numerele complexe $z_1 = 3 - i$ și $z_2 = 8 - 3i$. Arătați că $3z_1 - z_2 = 1$.
- 5p 2. Determinați numărul real a pentru care $f(a) + f(a+1) = 35$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 5$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2 \cdot 4^x - 4^{x+1} + 32 = 0$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice relația $n(n+1) \geq 42$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(8,4)$, $B(0,6)$ și $C(m,5)$. Determinați numărul real m , știind că $\overline{AC} = \overline{CB}$.
- 5p 6. Calculați lungimea ipotenuzei BC a triunghiului dreptunghic ABC , știind că $AB = 6$ și aria triunghiului ABC este egală cu 24.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} a+1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ln(a+1) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real, $a > 0$.
- 5p a) Arătați că $\det(A(1)) = 2$.
- 5p b) Demonstrați că $A(a)A(b) = A(ab + a + b)$, pentru orice numere reale a și b , $a > 0$, $b > 0$.
- 5p c) Determinați numărul real a , $a > 0$, știind că $A(a)A(a)A(a) = A(7)$.
2. Se consideră x_1, x_2, x_3 rădăcinile polinomului $f = X^3 + mX^2 - mX + 2$, unde m este număr real.
- 5p a) Determinați numărul real m , știind că $f(-2) = 0$.
- 5p b) Pentru $m = 1$, determinați rădăcinile polinomului f .
- 5p c) Se consideră $a = \frac{x_1^2 + mx_1}{x_2x_3} + \frac{x_2^2 + mx_2}{x_1x_3} + \frac{x_3^2 + mx_3}{x_1x_2}$. Demonstrați că $a \in [3, +\infty)$, pentru orice număr real m .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(x^2 + 4x + 1)$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = e^x(x+5)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați abscisele punctelor situate pe graficul funcției f , în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu axa Ox .
- 5p c) Determinați valorile reale ale lui a pentru care ecuația $f(x) = a$ are exact trei soluții reale.
2. Se consideră funcția $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{\ln x}$.
- 5p a) Arătați că orice primitivă a funcției f este strict crescătoare pe intervalul $(1, +\infty)$.
- 5p b) Calculați $\int_e^{e^2} \frac{1}{x} f(x) dx$.
- 5p c) Determinați numărul real a , $a > e$, știind că suprafața plană delimitată de graficul funcției $g: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{1}{f(x)}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = e$ și $x = a$ are aria egală cu $2a$.