

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați suma primilor trei termeni ai progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$, știind că $b_1 = 1$ și $b_2 = 3$.
- 5p 2. Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2 + mx + 7 = 0$, unde m este număr real. Determinați numărul real m pentru care $2x_1 + 2x_2 + 3x_1x_2 = 1$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x-2) + \log_2(x+2) = 5$.
- 5p 4. Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2, 6)$ și $B(6, 2)$. Determinați coordonatele punctului M , știind că $\overline{AM} = \overline{MB}$.
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 3\sqrt{3}$, $AC = 4$ și $A = \frac{2\pi}{3}$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu 9.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & -a & -1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x - ay - z = 1 \\ x + y + az = 2 \end{cases}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(0)) = 0$.
- 5p b) Demonstrați că $\det(A(a)) = a(1-a)(1+a)$, pentru orice număr real a .
- 5p c) Pentru $a = 0$, demonstrați că sistemul de ecuații are o infinitate de soluții de forma (x_0, y_0, z_0) cu x_0, y_0 și z_0 numere întregi.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = (x - 2019)(y - 2019) + 2019$.
- 5p a) Arătați că $x * 2019 = 2019$, pentru orice număr real x .
- 5p b) Determinați numerele reale x , știind că $(x * x) * x = x$.
- 5p c) Determinați perechile de numere întregi m și n pentru care $m * n = 2020$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x} - \ln x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{\sqrt{x} - 2}{2x}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f , în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $\sqrt{x} - \ln \frac{x}{4} \geq 2$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 9}$.

5p a) Arătați că $\int_0^1 (x^2 + 9) f(x) dx = \frac{1}{3}$.

5p b) Demonstrați că orice primitivă a funcției f are un singur punct de inflexiune.

5p c) Pentru fiecare număr natural nenul n , se consideră $I_n = \int_0^1 x^{2n} f(x) dx$. Arătați că $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$.