

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că suma elementelor mulțimii $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n-1 \leq 4\}$ este egală cu 15.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x + m$, unde m este număr real. Determinați numărul real m , știind că vârful parabolei asociate funcției f are ordonata egală cu 2.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+3} = \sqrt{9-x}$.
- 5p 4. Determinați numărul submulțimilor cu cel puțin 8 elemente ale unei mulțimi cu exact 10 elemente.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,1)$, $B(-1,3)$ și $C(8,10)$. Determinați lungimea segmentului CD , unde punctul D este mijlocul segmentului AB .
- 5p 6. Arătați că $1 + \cos \pi + \cos 2\pi + \cos 3\pi + \dots + \cos 2019\pi = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} a+1 & 0 & 0 \\ 1 & a & 1 \\ 0 & 0 & a+1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(1)) = 4$.
- 5p b) Demonstrați că $A(a)A(b) = abI_3 + (a+b+1)A(0)$, pentru orice numere reale a și b .
- 5p c) Determinați numărul natural n pentru care $A(0)A(1)A(2)\dots A(2019) = n!A(0)$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - mX^2 + 2X + 3 - m$, unde m este număr real.
- 5p a) Determinați numărul real m , știind că $f(1) = 0$.
- 5p b) Pentru $m = 3$, determinați rădăcinile polinomului f .
- 5p c) Determinați numărul real m pentru care $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = (x_1 + x_2 + x_3)^3 - 12$, unde x_1 , x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 - \frac{2}{x+1} - \ln \frac{x}{x+1}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{x-1}{x(x+1)^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Se consideră funcțiile $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{x-1}{x+1}$ și $h: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = \ln \frac{x}{x+1}$.
Demonstrați că graficele funcțiilor g și h nu au niciun punct comun.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 f^2(x) dx = \frac{13}{3}$.
- 5p b) Arătați că suprafața plană delimitată de graficul funcției $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x f(x)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = -1$ și $x = 1$, are aria egală cu $\frac{10\sqrt{5} - 16}{3}$.
- 5p c) Calculați $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^4} \int_0^x t^3 f(t) dt$.