

**Examenul de bacalaureat național 2019**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$**

**Varianta 7**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- |    |                                                                                                                                                                  |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5p | 1. Determinați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$ , dacă $a_1 = 2$ și rația $r = 2$ .                                        |
| 5p | 2. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = x^2 - 10x + 9$ cu axa $Ox$ .            |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{x+1} - 3 \cdot 5^x = 2$ .                                                                                   |
| 5p | 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr $x$ din mulțimea $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ , acesta să fie soluție a ecuației $x^2 - 4x + 4 = 0$ . |
| 5p | 5. Determinați lungimea vectorului $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ , știind că triunghiul $ABC$ este echilateral și $AB = 2$ .                       |
| 5p | 6. Arătați că $\sin^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin^2(x + \pi) = 1$ , pentru orice număr real $x$ .                                                       |

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

- |    |                                                                                                                     |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    | 1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1+4a & -6a \\ 2a & 1-3a \end{pmatrix}$ , unde $a$ este număr real. |
| 5p | a) Arătați că $\det(A(1)) = 2$ .                                                                                    |
| 5p | b) Demonstrați că $A(a)A(b) = A(a+b+ab)$ , pentru orice numere reale $a$ și $b$ .                                   |
| 5p | c) Determinați perechile de numere naturale $m$ și $n$ pentru care $A(m)A(n) = A(2)$ .                              |
|    | 2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 2xy - 2x - 2y + 3$ .        |
| 5p | a) Arătați că $x \circ y = 2(x-1)(y-1) + 1$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$ .                                |
| 5p | b) Determinați valorile reale ale lui $x$ pentru care $x \circ x \leq 9$ .                                          |
| 5p | c) Calculați $1^n \circ 2^n \circ 3^n \circ \dots \circ 2019^n$ , pentru orice număr natural nenul $n$ .            |

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

- |    |                                                                                                                                          |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    | 1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = x - \ln x^e$ .                                                |
| 5p | a) Arătați că $f'(x) = \frac{x-e}{x}$ , $x \in (0, +\infty)$ .                                                                           |
| 5p | b) Determinați abscisa punctului situat pe graficul funcției $f$ , în care tangenta la graficul funcției $f$ este paralelă cu axa $Ox$ . |
| 5p | c) Demonstrați că ecuația $e^x = x^e$ are exact o soluție în $(0, +\infty)$ .                                                            |
|    | 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = (x-1)(x+1)e^x$ .                                                |
| 5p | a) Arătați că $\int_0^3 \frac{f(x)}{e^x} dx = 6$ .                                                                                       |
| 5p | b) Determinați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției $f$ , axa $Ox$ și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=2$ .              |
| 5p | c) Determinați numărul real $a$ , $a > 2$ , știind că $\int_2^a \frac{2xe^x}{f(x)} dx = 3 \ln 2$ .                                       |