

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 7

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right) : \left(\frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{13}{5} = 1$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 4$. Determinați numărul real m , știind că $f(m+1) = m$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_7(2x+3) = \log_7 9$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$, acesta să fie multiplu de 3.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(4,1)$, $N(1,5)$ și $P(4,5)$. Calculați aria triunghiului MNP .
- 5p 6. Arătați că $\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sin 60^\circ + \sin^2 45^\circ = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ și $M(a) = \begin{pmatrix} 1+a & -a \\ a & 1-a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det A = -2$.
- 5p b) Demonstrați că $M(a) \cdot M(b) = M(a+b)$, pentru orice numere reale a și b .
- 5p c) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $M(1) \cdot X \cdot M(2) = A$.
2. Se consideră polinomul $f = 2X^3 - 4X^2 + 4X - 3$.
- 5p a) Arătați că $f(0) = -3$.
- 5p b) Demonstrați că numărul $a = \frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2} + \frac{3}{x_3}$ este natural, unde x_1 , x_2 și x_3 sunt rădăcinile lui f .
- 5p c) Demonstrați că polinomul f nu are toate rădăcinile reale.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^6 + 5}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{5(1-x^3)(1+x^3)}{(x^6+5)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$ situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Determinați mulțimea valorilor funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)e^x$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x} dx = -\frac{1}{2}$.
- 5p b) Demonstrați că $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = (x-2)e^x + 2019$ este o primitivă a funcției f .
- 5p c) Calculați $\int_0^1 f^2(x) f'(x) dx$.