

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $(0,3 \cdot 10 - 1)(0,3 \cdot 10 + 1) = 8$.
- 5p 2. Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2 - 6x + m = 0$, unde m este număr real. Determinați numărul real m pentru care $x_1 x_2 (x_1 + x_2) = 12$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2\sqrt{5-x} = \sqrt{x+10}$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor cu 3 mai mare decât cifra unităților.
- 5p 5. Determinați numărul real a pentru care vectorii $\vec{u} = a\vec{i} + (a-1)\vec{j}$ și $\vec{v} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ sunt coliniari.
- 5p 6. Arătați că, dacă x este număr real pentru care $\sin x = \cos x$, atunci $\cos 2x = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a,b) = \begin{pmatrix} a & 2b \\ -b & a \end{pmatrix}$, unde a și b sunt numere reale.
- 5p a) Arătați că $\det(A(1,1)) = 3$.
- 5p b) Demonstrați că $A(a,b) \cdot A(b,a) = A(-ab, a^2 + b^2)$, pentru orice numere reale a și b .
- 5p c) Determinați perechile de numere întregi m și n pentru care $\det(A(m,n)) = 1$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 15X^2 + mX - 80$, unde m este număr real.
- 5p a) Pentru $m = 95$, arătați că $f(1) = 1$.
- 5p b) Determinați numărul real m pentru care $x_1(x_1 - x_2) + x_2(x_2 - x_3) + x_3(x_3 - x_1) = 0$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .
- 5p c) Determinați rădăcinile polinomului f , știind că acestea sunt numere reale în progresie aritmetică.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - x - 10$.
- 5p a) Arătați că $f'(0) = 0$.
- 5p b) Demonstrați că oricare două tangente la graficul funcției f sunt concurente.
- 5p c) Demonstrați că $e^{x^3} \geq (x+1)(x^2 - x + 1)$, pentru orice număr real x .
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow (0, +\infty)$, $f(x) = x + \frac{9}{x}$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^3 \left(f(x) - \frac{9}{x} \right) dx = 4$.
- 5p b) Demonstrați că suprafața plană delimitată de graficul funcției $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{2}{f(x)}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = 9$ are aria egală cu $2 \ln 3$.
- 5p c) Determinați numărul real a , știind că $\int_1^{\sqrt{3}} \left(f(x) - \frac{9}{x} \right) \arctg x \, dx = \frac{5\pi}{12} - \frac{3 + \sqrt{3} - a}{2}$.