

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $(10 - 2 \cdot 3)(10 + 2 \cdot 3) = 64$.
- 5p 2. Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2 - 7x + 10 = 0$. Arătați că $2(x_1 + x_2) - x_1 x_2 = 4$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x - 2020) = 2 \log_2 3$.
- 5p 4. Un obiect costă 200 de lei. Determinați prețul obiectului după o scumpire cu 10%.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2, 4)$ și $B(4, 4)$. Calculați distanța de la punctul $O(0, 0)$ la mijlocul segmentului AB .
- 5p 6. Arătați că $\sin 60^\circ + \cos 150^\circ = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -2 & 9 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} x & -3x \\ 0 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det A = 4$.
- 5p b) Determinați numărul real x pentru care $B(x) \cdot B(-x) + B(x) = A$.
- 5p c) Rezolvați în $M_2(\mathbb{R})$ ecuația $B(1) \cdot X = A$.
2. Pe mulțimea $M = (0, +\infty)$ se definește legea de compoziție $x \circ y = \frac{x^2 + y^2}{xy}$.
- 5p a) Arătați că $3 \circ \frac{1}{3} = \frac{82}{9}$.
- 5p b) Demonstrați că $x \circ y \geq 2$, pentru orice $x, y \in M$.
- 5p c) Determinați $a \in M$, pentru care $a^2 \circ \frac{1}{a^2} = 2$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x(x^2 - 12) + 3$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 3(x - 2)(x + 2)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) + 6}{x - 3} = 15$.
- 5p c) Demonstrați că $-13 \leq f(x) \leq 19$, pentru orice $x \in [-2, 2]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^5 + x + 1$.
- 5p a) Arătați că $\int_{-1}^1 (f(x) - x^5 - 1) dx = 0$.
- 5p b) Calculați $\int_0^1 x^{2020} (f(x) - x - 1) dx$.
- 5p c) Arătați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{1}{x} (f(x) - x^5)$ este egal cu $\pi \left(2 \ln 2 + \frac{3}{2} \right)$.