

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\sqrt{5}(1+2\sqrt{5})-\sqrt{5}=10$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 1$. Arătați că $f(1) = f(2)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(x^2 - 21) = \log_5 4$.
- 5p 4. După o scumpire cu 10%, un obiect costă 220 de lei. Determinați prețul inițial al obiectului.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,8)$ și $B(0,4)$. Știind că punctul M este mijlocul segmentului AB , determinați coordonatele punctului M .
- 5p 6. În triunghiul ABC , $m(\sphericalangle B) = m(\sphericalangle C) = 60^\circ$. Calculați cosinusul unghiului A .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ și $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = 2$.
- 5p b) Arătați că $B \cdot A + B = O_2$.
- 5p c) Determinați numerele naturale n pentru care $\det(B + nA) = \det B + n \det A$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x + 2y + 1$.
- 5p a) Arătați că $1 \circ (-1) = 0$.
- 5p b) Demonstrați că $x \circ \left(-\frac{1}{2}\right) = x$, pentru orice număr real x .
- 5p c) Arătați că legea de compoziție „ $\circ$ ” **nu** admite element neutru.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{-2x}{(x^2 + 1)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $f(x) + \ln(x^2 + 1) < \frac{5}{2}$, pentru orice $x \in [0, 1]$.
2. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x}{x+1}$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^2 (x+1) f(x) dx = e^2 - 1$.
- 5p b) Arătați că $\int_0^1 \frac{f'(x)}{f(x)} dx = 1 - \ln 2$.
- 5p c) Arătați că $\int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 e^x \ln(x+1) dx = e \ln 2$.