Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Test 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $3\left(2-\sqrt{20}\right)+\sqrt{180}=6$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f\left(x\right)=3x-1$. Calculați $\left(f\circ f\right)\left(1\right)$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\lg\left(5x-1\right)=\lg 2+\lg 7$.

5p **4.** După o scumpire cu 30% un obiect costă 5200 de lei. Determinaţi preţul iniţial al obiectului.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A\left(0,3\right)$, $B\left(4,8\right)$ şi $C\left(4,0\right)$. Calculați distanța de la punctul B la dreapta AC.

5p **6.** Arătați că $\dfrac{2\cos 30^\circ}{2\operatorname{tg}45^\circ+1}=\operatorname{tg}30^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A\left(a\right)=\begin{pmatrix}a+1 & 2a+1\\ a & 2a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A\left(10\right)\right)=10$.

5p **b)** Demonstrați că $\left(A\left(a\right)-A\left(b\right)\right)\left(A\left(a\right)-A\left(b\right)\right)=3\left(a-b\right)\left(A\left(a\right)-A\left(b\right)\right)$, pentru orice numere reale a și b.

5p **c)** Determinați numărul natural n pentru care $\det\left(A\left(2\right)\right)+\det\left(A\left(3\right)\right)+\ldots+\det\left(A\left(n\right)\right)=35$.

2. Pe mulțimea $M=\left[\sqrt{2},+\infty\right)$ se definește legea de compoziție asociativă și cu element neutru $x*y=\sqrt{\left(x^2-2\right)\left(y^2-2\right)+2}$.

5p **a)** Arătați că $4*\sqrt{3}=4$.

5p **b)** Determinați simetricul elementului $x=\sqrt{6}$, în raport cu legea de compoziție „$*$”.

5p **c)** Calculați $\sqrt{2}*\sqrt{3}*\sqrt{4}*\ldots*\sqrt{2020}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\left(0,+\infty\right)\to\mathbb{R}$, $f\left(x\right)=2\sqrt{x}\left(\ln x-1\right)$.

5p **a)** Arătați că $f'\left(x\right)=\dfrac{\sqrt{x}\left(\ln x+1\right)}{x}$, $x\in\left(0,+\infty\right)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=\dfrac{1}{e}$ situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $\sqrt{e}f\left(x\right)+4\geq 0$, pentru orice $x\in\left(0,+\infty\right)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f\left(x\right)=\begin{cases}2x-1, x\in\left(-\infty,0\right]\\ \dfrac{3x-1}{x+1}, x\in\left(0,+\infty\right)\end{cases}$.

5p **a)** Arătați că funcția f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

5p **b)** Calculați $\int_{1}^{2} f(x)\,dx$.

5p **c)** Arătați că $\int_{-1}^{0} e^{x} f(x)\,dx = \frac{5-3e}{e}$.