Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 10

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$2,5:0,5-5\left(6,5-\frac{11}{2}\right)=25:5-5(6,5-5,5)=$	**3p**
	$=5-5\cdot 1=0$	**2p**
2.	$x_1+x_2=-m$, $x_1x_2=1$	**2p**
	$-m+2\cdot 1=1$, deci $m=1$	**3p**
3.	$\sqrt{x-2}=3-1\Rightarrow x-2=4$	**3p**
	$x=6$, care convine	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea numerelor naturale de două cifre, numerele divizibile cu 10 sunt: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 și 90, deci sunt 9 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{9}{90}=\frac{1}{10}$	**1p**
5.	$AB=8$, $AC=6$, $BC=10$	**2p**
	$P_{ABC}=6+8+10=24$	**3p**
6.	Unghiul A este ascuțit $\Rightarrow \cos A>0$ și, cum $\sin^2 A+\cos^2 A=1$, obținem $\cos A=\sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2}=$	**3p**
	$=\sqrt{1-\frac{16}{25}}=\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{3}{5}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A+I_2=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & 4\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A+I_2)=\begin{vmatrix}2 & 1\\ 3 & 4\end{vmatrix}=2\cdot 4-3\cdot 1=$	**3p**
	$=8-3=5$	**2p**
b)	$A\cdot A=\begin{pmatrix}4 & 4\\ 12 & 12\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=4\begin{pmatrix}1 & 1\\ 3 & 3\end{pmatrix}=4A$	**2p**
c)	$X=\begin{pmatrix}x & y\\ z & t\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, deci $AX=\begin{pmatrix}x+z & y+t\\ 3x+3z & 3y+3t\end{pmatrix}$ și $XA=\begin{pmatrix}x+3y & x+3y\\ z+3t & z+3t\end{pmatrix}$	**3p**
	$\begin{pmatrix}x+z & y+t\\ 3x+3z & 3y+3t\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x+3y & x+3y\\ z+3t & z+3t\end{pmatrix}\Leftrightarrow z=3y$ și $x+2y=t\Rightarrow X=\begin{pmatrix}x & y\\ 3y & x+2y\end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale, deci există o infinitate de matrice $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A\cdot X=X\cdot A$	**2p**

2.a)	$1*2=\dfrac{1\cdot 2+1+2-1}{2}=$	**3p**
	$=\dfrac{4}{2}=2$	**2p**
b)	$\dfrac{x^2+2x-1}{2}\le 1\Leftrightarrow x^2+2x-3\le 0\Leftrightarrow (x+3)(x-1)\le 0$	**3p**
	$x\in[-3,1]$	**2p**
c)	$(-1)*x=-1$, unde x este număr real	**2p**
	$(-1)*0*1*\ldots*2020=(-1)*(0*1*\ldots*2020)=-1$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=2x-\dfrac{2}{x}=$	**3p**
	$=\dfrac{2(x^2-1)}{x}=\dfrac{2(x-1)(x+1)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$	**2p**
b)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$	**1p**
	$f'(x)\le 0$, pentru orice $x\in(0,1]\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(0,1]$	**2p**
	$f'(x)\ge 0$, pentru orice $x\in[1,+\infty)\Rightarrow f$ este crescătoare pe $[1,+\infty)$	**2p**
c)	Pentru orice $x\in(0,+\infty)$, $f(x)\ge f(1)$ și, cum $f(1)=1$, obținem $x^2-2\ln x\ge 1$	**2p**
	$\left(\dfrac{2}{3}\right)^2-2\ln\dfrac{2}{3}\ge 1$, deci $2\ln\dfrac{2}{3}\le\dfrac{4}{9}-1$, de unde obținem $\ln\dfrac{2}{3}\le-\dfrac{5}{18}$	**3p**
2.a)	$\displaystyle\int_0^1\left(f(x)+2020x-1\right)dx=\int_0^1 x^{2020}dx=\frac{x^{2021}}{2021}\Big\vert_0^1=$	**3p**
	$=\dfrac{1^{2021}-0^{2021}}{2021}=\dfrac{1}{2021}$	**2p**
b)	$F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ este o primitivă oarecare a funcției f, deci $F'(x)=f(x)$, pentru orice număr real x	**2p**
	$F''(x)=f'(x)=2020x^{2019}-2020=2020\left(x^{2019}-1\right)\ge 0$, pentru orice $x\in[1,+\infty)$, deci orice primitivă F a funcției f este convexă pe $[1,+\infty)$	**3p**
c)	$\displaystyle\int_0^1\left(f(-x)-f(x)\right)e^x dx=\int_0^1 4040xe^x dx=4040\int_0^1 xe^x dx=4040xe^x\Big\vert_0^1-4040\int_0^1 e^x dx=$	**3p**
	$=4040e-4040e^x\Big\vert_0^1=4040e-4040e+4040=4040$	**2p**