Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Test 10

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $2,5:0,5-5\left(6,5-\frac{11}{2}\right)=0$.

5p **2.** Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2+mx+1=0$, unde m este număr real. Determinați numărul real m, știind că $x_1+x_2+2x_1x_2=1$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $1+\sqrt{x-2}=3$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 10.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-4,6)$, $B(4,6)$ și $C(-4,0)$. Determinați perimetrul triunghiului ABC.

5p **6.** Calculați $\cos A$, știind că A este unghi ascuțit astfel încât $\sin A=\frac{4}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 3 & 3\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A+I_2\right)=5$.

5p **b)** Arătați că $A\cdot A=4A$.

5p **c)** Demonstrați că există o infinitate de matrice $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, pentru care $A\cdot X=X\cdot A$.

2) Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=\frac{xy+x+y-1}{2}$.

5p **a)** Arătați că $1*2=2$.

5p **b)** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $x*x\le 1$.

5p **c)** Calculați $(-1)*0*1*\ldots*2020$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2\ln x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{2(x-1)(x+1)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați intervalele de monotonie a funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $\ln\frac{2}{3}\le-\frac{5}{18}$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^{2020}-2020x+1$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1\left(f(x)+2020x-1\right)dx=\frac{1}{2021}$.

5p **b)** Demonstrați că orice primitivă a funcției f este convexă pe $[1,+\infty)$.

5p **c)** Calculați $\int_0^1\left(f(-x)-f(x)\right)e^x dx$.