Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Test 11

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\frac{1}{2}:0,5-\frac{1}{4}:0,25=0$.

5p **2.** Calculați $f(-1)\cdot f(1)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+2$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x-2}=5$.

5p **4.** Un obiect costă 1000 de lei. Determinaţi preţul obiectului după o scumpire cu 20%.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$ şi $B(6,3)$. Calculați distanța de la punctul O la mijlocul segmentului AB.

5p **6**. Calculați lungimea laturii AB a triunghiului ABC dreptunghic în A, știind că $AC=4$ și $B=\frac{\pi}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & -2\end{pmatrix}$ și $B(x,y)=\begin{pmatrix}x & 1\\ y & -1\end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.

5p **a)** Arătați că $\det A=-4$.

5p **b)** Arătați că $\det\left(A-2B(x,y)\right)=0$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numerele reale x și y pentru care $A\cdot B(x,y)=B(x,y)\cdot A$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=xy+2(x+y)+2$.

5p **a)** Arătaţi că $2020\circ(-2)=-2$.

5p **b)** Demonstrați că $x\circ y=(x+2)(y+2)-2$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numerele reale nenule x pentru care $\frac{1}{x}\circ x=x$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+(x-1)^2$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=3x^2+2x-2$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{xf'(x)}{f(x)}=3$.

5p **c)** Determinați abscisele punctelor situate pe graficul funcţiei f în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu dreapta $y=3x+1$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^5+x^3+2x+2$.

5p **a)** Arătați că $\int_{-1}^{1}\left(f(x)-x^3-2x-2\right)dx=0$.

5p **b)** Arătați că $\int_{0}^{2}e^x\left(f(x)-x^5-x^3-3x-1\right)dx=-2$.

5p **c)** Demonstrați că orice primitivă a funcției f este convexă.