Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 12

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{2}:0,5\right)\cdot\frac{12}{13}=\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-1\right)\cdot\frac{12}{13}=\left(\frac{6}{12}+\frac{4}{12}+\frac{3}{12}\right)\cdot\frac{12}{13}=$	**3p**
	$=\frac{13}{12}\cdot\frac{12}{13}=1$	**2p**
2.	$x_1+x_2=7$, $x_1x_2=10$	**2p**
	$2\left(x_1+x_2\right)-x_1x_2=2\cdot 7-10=4$	**3p**
3.	$5x+1=36$	**3p**
	$x=7$, care convine	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	Numerele de două cifre care sunt multipli de 11 sunt 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88 și 99, deci sunt 9 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{9}{90}=\frac{1}{10}$	**1p**
5.	$AO=6$, $BO=8$, $AB=10$	**3p**
	$h=\frac{AO\cdot BO}{AB}=\frac{6\cdot 8}{10}=\frac{24}{5}=4,8$	**2p**
6.	$\cos B=\frac{AB}{BC}\Rightarrow\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{AB}{5\sqrt{2}}$	**3p**
	$AB=5$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}1 & 0\\ -2 & 1\end{vmatrix}=1\cdot 1-0\cdot(-2)=$	**3p**
	$=1-0=1$	**2p**
b)	$2A-A\cdot A=\begin{pmatrix}2 & 0\\ -4 & 2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 0\\ -4 & 1\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=I_2$	**2p**
c)	$\begin{pmatrix}1 & 0\\ -2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x-2 & y\\ z+1 & 1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}x-3 & y\\ -2x+z+5 & -2y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$	**2p**
	$x=3$, $y=0$, $z=1$	**3p**
2.a)	$0\circ 2=0\cdot 2+0^2+2^2-1=3$	**3p**
	$1\circ(0\circ 2)=1\circ 3=1\cdot 3+1^2+3^2-1=12$	**2p**

b)	$x\circ(-x)=x\cdot(-x)+x^2+(-x)^2-1=-x^2+x^2+x^2-1=x^2-1$, pentru orice număr real x	**2p**
	$x^2-1=3\Leftrightarrow x^2-4=0$, de unde obținem $x=-2$ sau $x=2$	**3p**
c)	$mn+m^2+n^2-1=-mn\Leftrightarrow m^2+n^2+2mn=1\Leftrightarrow (m+n)^2=1$	**3p**
	Cum m și n sunt numere naturale, obținem $(0,1)$ și $(1,0)$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\dfrac{2x\cdot\left(x^2+1\right)-\left(x^2-1\right)\cdot 2x}{\left(x^2+1\right)^2}=$	**3p**
	$=\dfrac{2x\cdot\left(x^2+1-x^2+1\right)}{\left(x^2+1\right)^2}=\dfrac{4x}{\left(x^2+1\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{(x-1)\left(x^2+1\right)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+1}{x^2+1}=$	**3p**
	$=\dfrac{2}{2}=1$	**2p**
c)	$f''(x)=\dfrac{4\left(1-3x^2\right)}{\left(x^2+1\right)^3}$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
	$f''(x)\geq 0$, pentru orice $x\in\left[-\dfrac{\sqrt{3}}{3},\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right]$, deci funcția f este convexă pe $\left[-\dfrac{\sqrt{3}}{3},\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right]$	**3p**
2.a)	$\int_{-1}^{1}\left(f(x)-x^2-3x\right)dx=\int_{-1}^{1}\left(x^3+x^2+3x-x^2-3x\right)dx=\int_{-1}^{1}x^3dx=$	**2p**
	$=\dfrac{x^4}{4}\Big\vert_{-1}^{1}=\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{4}=0$	**3p**
b)	$\int_{0}^{1}\left(f(x)-x^3-x^2\right)e^x dx=\int_{0}^{1}\left(x^3+x^2+3x-x^3-x^2\right)e^x dx=3\int_{0}^{1}xe^x dx=3(x-1)e^x\Big\vert_{0}^{1}=$	**3p**
	$=3$	**2p**
c)	$F(x)=\dfrac{x^4}{4}+\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{3x^2}{2}+c$, $c\in\mathbb{R}$ și, cum $F(0)=1\Rightarrow c=1$, deci $F(x)=\dfrac{x^4}{4}+\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{3x^2}{2}+1$	**3p**
	$\int_{0}^{1}\dfrac{f(x)}{F^2(x)}dx=\int_{0}^{1}\dfrac{F'(x)}{F^2(x)}dx=-\dfrac{1}{F(x)}\Big\vert_{0}^{1}=-\dfrac{1}{F(1)}+\dfrac{1}{F(0)}=-\dfrac{12}{37}+1=\dfrac{25}{37}$	**2p**