Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Test 12

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{2}:0,5\right)\cdot\frac{12}{13}=1$.

5p **2.** Arătați că $2\left(x_1+x_2\right)-x_1x_2=4$, unde x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2-7x+10=0$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{5x+1}=6$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 11.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,0)$ și $B(0,8)$. Determinați lungimea înălțimii din vârful O al triunghiului AOB.

5p **6**. Calculați lungimea laturii AB a triunghiului ABC dreptunghic în A, știind că $BC=5\sqrt{2}$ și $m(\sphericalangle B)=45°$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -2 & 1\end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=1$.

5p **b)** Arătați că $2A-A\cdot A=I_2$.

5p **c)** Determinaţi numerele reale x, y și z, pentru care $A\cdot\begin{pmatrix}x-2 & y\\ z+1 & 1\end{pmatrix}-I_2=O_2$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=xy+x^2+y^2-1$.

5p **a)** Arătaţi că $1\circ(0\circ 2)=12$.

5p **b)** Determinaţi numerele reale x pentru care $x\circ(-x)=3$.

5p **c)** Determinați perechile (m,n) de numere naturale pentru care $m\circ n=-mn$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+1}$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\frac{4x}{\left(x^2+1\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}$.

5p **c)** Demonstrați că funcția f este convexă pe $\left[-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}\right]$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+x^2+3x$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_{-1}^{1}\left(f(x)-x^2-3x\right)dx=0$.

5p **b)** Arătaţi că $\int_0^1 \left(f(x) - x^3 - x^2 \right) e^x dx = 3$.

5p **c)** Se consideră funcția $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, primitiva funcției f pentru care $F(0)=1$. Demonstrați că $\int_0^1 \frac{f(x)}{F^2(x)} dx = \frac{25}{37}$.