Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Test 13

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinaţi raţia progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $b_1=2$ şi $b_3-4b_2=-8$.

5p **2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+m$, unde m este număr real. Determinaţi numărul real m, ştiind că punctul $A(f(1),1)$ aparţine graficului funcţiei f.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\frac{x^2-1}{\sqrt{x-1}}=\sqrt{x+1}$.

5p **4.** Determinaţi numărul numerelor naturale de trei cifre care au proprietatea că pătratul cifrei zecilor este egal cu diferenţa dintre cifra unităţilor şi cifra sutelor.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,1)$ şi $H(3,2)$. Ştiind că H este ortocentrul triunghiului ABC, determinaţi panta dreptei BC.

5p **6.** Determinaţi $x\in(0,\pi)$, ştiind că $\sin x-\cos x=\sqrt{2}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ m & m^2 & 1\\ m+1 & (m+1)^2 & 1\end{pmatrix}$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătaţi că $\det(A(0))=0$.

5p **b)** Determinaţi mulţimea valorilor reale ale lui m pentru care matricea $A(m)$ este inversabilă.

5p **c)** În reperul cartezian xOy se consideră punctele necoliniare $A(1,1)$, $B(m,m^2)$ şi $C(m+1,(m+1)^2)$, unde m este număr real. Determinaţi numerele reale m, ştiind că triunghiul ABC are aria egală cu 1.

2. Pe mulţimea $G=(0,+\infty)$ se defineşte legea de compoziţie $x*y=2^{\ln x\cdot\ln y}$.

5p **a)** Arătaţi că $x*1=1$, pentru orice $x\in G$.

5p **b)** Determinaţi $f\in G$, ştiind că f este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.

5p **c)** Determinaţi $x\in G$ pentru care $x*\frac{1}{x}=\frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-\ln\left(e^x+x-1\right)$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\frac{x-2}{e^x+x-1}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Demonstraţi că dreapta de ecuaţie $y=0$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

5p **c)** Determinaţi imaginea funcţiei f.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_0^1 f(x)\,dx=1+\ln\left(1+\sqrt{2}\right)$.

5p **b)** Calculați $\int_{-1}^{1} |x f(x)| dx$.

5p **c)** Arătați că $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1}{x} \int_{0}^{x} f(t) dt = 2$.