Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Test 13

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\sqrt{16}-\sqrt{32}+\sqrt{18}+\sqrt{2}-2^2=0$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+a^2$, unde a este număr real. Determinaţi numerele reale a, pentru care $f(1)=2$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{3x+1}=3^4$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie impar.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,1)$ şi $B(3,7)$. Determinaţi coordonatele simetricului punctului B față de punctul A.

5p **6.** Dacă $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi $\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}$, arătați că $\sin^2 x-2\sin x\cos x+\cos^2 x=0$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 3 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(x)=B+xI_2$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=-5$.

5p **b)** Arătați că $A\cdot M(x)=M(x)\cdot A$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $A\cdot A-3\left(A+M(x)\right)=I_2$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=\frac{1}{3}xy+x+y$.

5p **a)** Arătaţi că $2020*(-3)=-3$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $(6*x)*6=6$.

5p **c)** Determinați numerele reale nenule x pentru care $x*\frac{1}{x}=-3$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\left(x^2-3\right)+3$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=3(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)-x^3}{x+1}=-3$.

5p **c)** Determinaţi ecuația tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^4+x+e^x$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_{-1}^{1}\left(f(x)-x-e^x\right)dx=\frac{2}{5}$.

5p **b)** Arătaţi că $\int_{1}^{e}\left(f(x)-x^4-e^x\right)\ln x\,dx=\frac{e^2+1}{4}$.

5p **c)** Determinaţi numărul real a pentru care $\int_{0}^{a}f(x)dx=\frac{5a^2+54}{10}+e^a$.