Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 14

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(2+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{15}{16}+\sqrt[3]{-8}=\frac{30+5-3}{15}\cdot\frac{15}{16}+(-2)=$	**3p**
	$=\frac{32}{15}\cdot\frac{15}{16}-2=2-2=0$	**2p**
2.	$f(4)=0\Rightarrow -4+a=0$	**3p**
	$a=4$	**2p**
3.	$2x+1=25\Rightarrow 2x=24$	**3p**
	$x=12$, care convine	**2p**
4.	Mulțimea A are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile	**2p**
	Numerele din mulțimea A care sunt multipli de 6 sunt 30, 60 și 90, deci sunt 3 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$	**1p**
5.	$M(5,5)$	**3p**
	$OM=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}$	**2p**
6.	$\sin^2 x=1-\cos^2 x=1-\left(\frac{5}{13}\right)^2=\frac{144}{169}$ și, cum $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$, obținem $\sin x=\frac{12}{13}$	**3p**
	$\operatorname{tg} x=\frac{\sin x}{\cos x}=\frac{12}{13}\cdot\frac{13}{5}=\frac{12}{5}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}1 & 1\\ -1 & 0\end{vmatrix}=1\cdot 0-1\cdot(-1)=$	**3p**
	$=0+1=1$	**2p**
b)	$B\cdot B=\begin{pmatrix}-1 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$	**3p**
	$B\cdot B+A=\begin{pmatrix}-1 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}=O_2$	**2p**
c)	$A\cdot B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $B\cdot A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $A+B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow A\cdot B+B\cdot A-(A+B)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$	**2p**
	$\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\log_2 x & 0\\ 0 & \log_3 y\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{cases}\log_2 x=1\\ \log_3 y=1\end{cases}$, de unde obținem $x=2$ și $y=3$, care convin	**3p**
2.a)	$2020*5=2020+\frac{5}{5}+1=$	**3p**

	$=2020+1+1=2022$	**2p**
b)	$x*x=x+\frac{x}{5}+1=\frac{6x}{5}+1,\ (x*x)*x=\left(\frac{6x}{5}+1\right)*x=\frac{6x}{5}+1+\frac{x}{5}+1=\frac{7x}{5}+2$	**2p**
	$\frac{7x}{5}+2=\frac{24}{5}\Leftrightarrow 7x+10=24$, de unde obținem $x=2$	**3p**
c)	$5^x+\frac{5^{x+1}}{5}+1=11\Leftrightarrow 5^x+5^x=10\Leftrightarrow 2\cdot 5^x=10$	**3p**
	$5^x=5$, de unde obținem $x=1$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=-3x^2+3=$	**3p**
	$=3\left(1-x^2\right)=3(1-x)(1+x),\ x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-7}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=$	**3p**
	$=f'(2)=-9$	**2p**
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=-1$ sau $x=1$	**2p**
	$x\in[-1,1]\Rightarrow f'(x)\geq 0$, deci f este crescătoare pe $[-1,1]$, $x\in[1,+\infty)\Rightarrow f'(x)\leq 0$, deci f este descrescătoare pe $[1,+\infty)$ și, cum $f(1)=11$, obținem $f(x)\leq 11$, pentru orice $x\in[-1,+\infty)$	**3p**
2.a)	$\int_{-1}^{1}f(x)\cdot\left(x^2+1\right)dx=\int_{-1}^{1}\frac{x}{x^2+1}\cdot\left(x^2+1\right)dx=\int_{-1}^{1}xdx=\frac{x^2}{2}\Big\vert_{-1}^{1}=$	**3p**
	$=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0$	**2p**
b)	$\int_{0}^{1}\left(x^2+1\right)e^x f(x)\,dx=\int_{0}^{1}\left(x^2+1\right)e^x\cdot\frac{x}{x^2+1}\,dx=\int_{0}^{1}xe^x dx=(x-1)e^x\Big\vert_{0}^{1}=$	**3p**
	$=0-(-1)e^0=1$	**2p**
c)	$\int_{0}^{a}\left(f(x)-f(-x)\right)dx=\int_{0}^{a}\left(\frac{x}{x^2+1}-\frac{-x}{x^2+1}\right)dx=\int_{0}^{a}\frac{2x}{x^2+1}dx=\ln\left(x^2+1\right)\Big\vert_{0}^{a}=\ln\left(a^2+1\right)$	**2p**
	$\ln\left(a^2+1\right)=\ln(2a)\Rightarrow a^2+1=2a$, de unde obținem $a^2-2a+1=0$, deci $a=1$, care convine	**3p**