Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Test 14

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\left(2+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{15}{16}+\sqrt[3]{-8}=0$.

5p **2.** Determinați numărul real a, știind că punctul $A(4,0)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x+a$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x+1}=5$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M=\{10,20,30,40,50,60,70,80,90\}$, acesta să fie multiplu de 6.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,5)$ şi $B(7,5)$. Determinaţi lungimea segmentului OM, unde punctul M este mijlocul segmentului AB.

5p **6.** Pentru $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât $\cos x=\frac{5}{13}$, arătați că $\operatorname{tg}x=\frac{12}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&1\\-1&0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0&-1\\1&1\end{pmatrix}$ şi $O_2=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=1$.

5p **b)** Arătați că $B\cdot B+A=O_2$.

5p **c)** Determinați $x,y\in(0,+\infty)$, pentru care $A\cdot B+B\cdot A-(A+B)=\begin{pmatrix}\log_2 x&0\\0&\log_3 y\end{pmatrix}$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=x+\frac{y}{5}+1$.

5p **a)** Arătaţi că $2020*5=2022$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $(x*x)*x=\frac{24}{5}$.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $5^x*5^{x+1}=11$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x^3+3x+9$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=3(1-x)(1+x)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-7}{x-2}=-9$.

5p **c)** Demonstrați că $f(x)\le 11$, pentru orice $x\in[-1,+\infty)$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_{-1}^{1} f(x)\cdot(x^2+1)\,dx=0$.

5p **b)** Calculaţi $\int_{0}^{1}(x^2+1)e^x f(x)\,dx$.

5p **c)** Determinaţi $a\in(0,+\infty)$ pentru care $\int_{0}^{a}(f(x)-f(-x))\,dx=\ln(2a)$.