**Examenul de bacalaureat naţional 2020**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_tehnologic***

**Test 16**

***Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

**5p** **1.** Arătați că $\log_5 5-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right):\frac{5}{12}=0$.

**5p** **2.** Determinați numărul natural $n$ pentru care punctul $A(n,7)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+x+1$.

**5p** **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2-9}=x-3$.

**5p** **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie de forma $\overline{aa}$, unde $a$ este cifră nenulă.

**5p** **5.** În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $A(1,4)$, $B(5,4)$ şi $C(3,0)$. Calculați aria triunghiului $ABC$.

**5p** **6.** Calculați măsura unghiului $B$ al triunghiului $ABC$ dreptunghic în $A$, știind că $AC=3$ și $BC=6$.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-2 & 2\\ -1 & -1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

**5p** **a)** Arătați că $\det A=4$.

**5p** **b)** Arătați că $A\cdot A+3A+4I_2=O_2$.

**5p** **c)** Determinaţi numerele reale $x$ și $y$ astfel încât $A\cdot A\cdot A=xA+yI_2$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=2xy-2x-2y+3$.

**5p** **a)** Arătați că $2020*1=1$.

**5p** **b)** Demonstraţi că $x*y=2(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale $x$ și $y$.

**5p** **c)** Determinaţi numerele reale $x$ pentru care $(x*x)*x=x$.

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x^3-9x+5$.

**5p** **a)** Arătați că $f'(x)=9(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.

**5p** **b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei $f$ în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției $f$.

**5p** **c)** Demonstraţi că $f(2019)+f(2021)\le f(2020)+f(2022)$.

**2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4$.

**5p** **a)** Arătați că $\int_0^3\left(f(x)+4\right)dx=9$.

**5p** **b)** Calculați $\int_0^1\frac{1}{f(x)+5}dx$.

**5p** **c)** Determinaţi numărul real $a$, $a>0$, pentru care $\int_{\frac{1}{a}}^{a}f\left(\frac{1}{x}\right)dx=-8$.