Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Test 17

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că media geometrică a numerelor $x=25$ și $y=144$ este egală cu 60.

5p **2.** Determinaţi numărul real m pentru care $f(1)=0$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+m$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+4}=5$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, acesta să **nu** fie multiplu de 3.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,4)$ și $B(8,4)$. Determinați lungimea medianei din vârful O al triunghiului AOB.

5p **6.** Calculați $\sin x$, știind că $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-4 & 0\\ 0 & 4\end{pmatrix}$ și $M(x)=\begin{pmatrix}x & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=-5$.

5p **b)** Arătați că $\det\left(A+M(-1)\right)=\det B$.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $M(x)\cdot A-A\cdot M(x)=B$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-90$.

5p **a)** Arătați că $90*1=1$.

5p **b)** Demonstrați că $(x*y)*z=x*(y*z)$, pentru orice numere reale x, y și z.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $(x^2)*(2x+1)=-74$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x^3-12x+11$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=12(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)-4x^3}{x}$.

5p **c)** Demonstrați că $3\le f(x)\le 19$, pentru orice $x\in[-1,1]$.

2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=5x+\frac{1}{x}$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_2^4\left(f(x)-\frac{1}{x}\right)dx=30$.

5p **b)** Demonstrați că funcția $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=\frac{5x^2+2020}{2}+\ln x$ este o primitivă a funcției f.

5p **c)** Calculați $\int_1^e\left(f(x)-5x\right)\ln x\,dx$.