Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 18

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\frac{2}{\sqrt{3}-1}-\left(\sqrt{3}+1\right)=\frac{2\left(\sqrt{3}+1\right)}{3-1}-\left(\sqrt{3}+1\right)=$	**3p**
	$=\sqrt{3}+1-\sqrt{3}-1=0$	**2p**
2.	$f\left(0\right)=3$	**3p**
	Coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției f cu axa Oy sunt $x=0$ și $y=3$	**2p**
3.	$2x+1=4-x\Leftrightarrow 3x=3$	**3p**
	$x=1$	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 45 de numere impare, deci sunt 45 de cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{45}{90}=\frac{1}{2}$	**1p**
5.	$AB=2$	**2p**
	A este mijlocul segmentului BC, deci $BC=2AB=4$	**3p**
6.	$\sin^2 x=1-\cos^2 x=1-\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{16}{25}$	**3p**
	Cum $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$, obținem $\sin x=\frac{4}{5}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}2 & 1\\ 2 & 1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=2\cdot 1-2\cdot 1=0$	**3p**
b)	$A\cdot A=\begin{pmatrix}6 & 3\\ 6 & 3\end{pmatrix}$, $xA=\begin{pmatrix}2x & x\\ 2x & x\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**3p**
	$\begin{pmatrix}6 & 3\\ 6 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2x & x\\ 2x & x\end{pmatrix}$, de unde obținem $x=3$	**2p**
c)	$\det\left(A+I_2\right)=\begin{vmatrix}3 & 1\\ 2 & 2\end{vmatrix}=4$, $\det\left(A-I_2\right)=\begin{vmatrix}1 & 1\\ 2 & 0\end{vmatrix}=-2$, $\det\left(aI_2\right)=a^2$, pentru orice număr real a	**3p**
	$a^2=2\Leftrightarrow a=-\sqrt{2}$ sau $a=\sqrt{2}$	**2p**
2.a)	$\left(-1\right)\circ 2020=\left(-1\right)\cdot 2020+\left(-1\right)+2020-5=$	**3p**
	$=-1-5=-6$	**2p**

b)	$x\circ x=x^2+2x-5$, pentru orice număr real x	**2p**
	$x^2+2x-3=0\Leftrightarrow x=-3$ sau $x=1$	**3p**
c)	$m\cdot(-2)+m+(-2)-5=1\cdot(-m)+1+(-m)-5\Leftrightarrow m=3$	**3p**
	$m\circ(-m)=3\circ(-3)=3\cdot(-3)+3+(-3)-5=-14$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\dfrac{2x\cdot x-\left(x^2-1\right)}{x^2}=\dfrac{2x^2-x^2+1}{x^2}=$	**3p**
	$=\dfrac{x^2+1}{x^2}=1+\dfrac{1}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-1}{x^2}=1$	**2p**
	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\dfrac{1}{x}\right)=0$, deci dreapta de ecuație $y=x$ este asimptotă oblică spre $+\infty$ la graficul funcției f	**3p**
c)	$f''(x)=-\dfrac{2}{x^3}$, $x\in(0,+\infty)$	**2p**
	$f''(x)<0$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$, deci funcția f este concavă	**3p**
2.a)	$\int_0^1\left(f(x)-2\right)dx=\int_0^1 x^3dx=\dfrac{x^4}{4}\Big\vert_0^1=$	**3p**
	$=\dfrac{1}{4}-0=\dfrac{1}{4}$	**2p**
b)	$F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=\dfrac{x^4}{4}+2x+c$, unde $c\in\mathbb{R}$	**2p**
	$F(2)=7\Rightarrow c=-1$, deci $F(x)=\dfrac{x^4}{4}+2x-1$	**3p**
c)	$\int_0^1 e^x\left(f(x)-x^3+x^2\right)dx=\int_0^1 e^x\left(x^2+2\right)dx=e^x\left(x^2+2\right)\Big\vert_0^1-\int_0^1 2xe^xdx=$	**3p**
	$=3e-2-2\left(xe^x\Big\vert_0^1-\int_0^1 e^xdx\right)=3e-4$	**2p**