Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 19

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\right):\frac{14}{12}=\frac{6-8+9}{12}:\frac{14}{12}=$	**3p**
	$=\frac{7}{12}\cdot\frac{12}{14}=\frac{1}{2}$	**2p**
2.	$f(1)=0\Rightarrow 1+a+1=0$	**3p**
	$a=-2$	**2p**
3.	$3x-4=x+20\Rightarrow 2x=24$	**3p**
	$x=12$, care convine	**2p**
4.	Mulțimea M are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea M sunt 5 numere pare, deci sunt 5 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$	**1p**
5.	Înălțimea din C a triunghiului ABC este distanța de la punctul C la dreapta AB	**3p**
	$d(C,AB)=4$	**2p**
6.	$\sin^2 x=1-\cos^2 x=1-\left(\frac{5}{13}\right)^2=\frac{144}{169}$	**3p**
	Cum $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$, obținem $\sin x=\frac{12}{13}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{vmatrix}=1\cdot 4-2\cdot 3=$	**3p**
	$=4-6=-2$	**2p**
b)	$A+B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & 5\\ 5 & 5\end{pmatrix}$	**3p**
	$x\begin{pmatrix}5 & 5\\ 5 & 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}5x & 5x\\ 5x & 5x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, de unde obținem $x=\frac{1}{5}$	**2p**
c)	$A\cdot B=\begin{pmatrix}8 & 5\\ 20 & 13\end{pmatrix}$, $B\cdot A=\begin{pmatrix}13 & 20\\ 5 & 8\end{pmatrix}$, deci $A\cdot B-B\cdot A-C=\begin{pmatrix}-6 & -16\\ 14 & 4\end{pmatrix}$	**3p**
	$2X=\begin{pmatrix}-6 & -16\\ 14 & 4\end{pmatrix}$, deci $X=\begin{pmatrix}-3 & -8\\ 7 & 2\end{pmatrix}$	**2p**
2.a)	$2020\circ(-4)=2020\cdot(-4)+4\cdot 2020+4\cdot(-4)+12=$	**3p**
	$=-16+12=-4$	**2p**

b)	$x \circ y = xy + 4x + 4y + 16 - 4 =$	**2p**
	$= x(y+4) + 4(y+4) - 4 = (x+4)(y+4) - 4$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
c)	$x \circ x = (x+4)^2 - 4$, pentru orice număr real x	**2p**
	$(x+4)^2 - 4 = x \Leftrightarrow (x+4)(x+3) = 0 \Leftrightarrow x = -4$ sau $x = -3$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = \left(4x^3\right)' + \left(6x^2\right)' + 5' =$	**2p**
	$= 12x^2 + 12x = 12x(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$	**3p**
b)	$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f'(x)}{f(x) - 4x^3} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{12x^2 + 12x}{6x^2 + 5} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{12x^2\left(1 + \dfrac{1}{x}\right)}{x^2\left(6 + \dfrac{5}{x^2}\right)} =$	**3p**
	$= \dfrac{12}{6} = 2$	**2p**
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ sau $x = 0$	**2p**
	$x \in (-\infty, -1] \Rightarrow f'(x) \geq 0$, deci f este crescătoare pe $(-\infty, -1]$, $x \in [-1, 0] \Rightarrow f'(x) \leq 0$, deci f este descrescătoare pe $[-1, 0]$, $x \in [0, +\infty) \Rightarrow f'(x) \geq 0$, deci f este crescătoare pe $[0, +\infty)$	**3p**
2.a)	$\int_0^2 \left(f(x) - 4x^2\right) dx = \int_0^2 3x^3 dx = \dfrac{3x^4}{4}\Big|_0^2 =$	**3p**
	$= \dfrac{3}{4} \cdot 2^4 = 12$	**2p**
b)	$F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $F(x) = \dfrac{3x^4}{4} + \dfrac{4x^3}{3} + c$, unde $c \in \mathbb{R}$	**2p**
	$F(0) = 2020 \Rightarrow c = 2020$, deci $F(x) = \dfrac{3x^4}{4} + \dfrac{4x^3}{3} + 2020$	**3p**
c)	$\int_1^m \dfrac{f(x)}{x^2} dx = \int_1^m (3x+4) dx = \left(\dfrac{3x^2}{2} + 4x\right)\Big|_1^m = \dfrac{3m^2}{2} + 4m - \dfrac{11}{2}$	**3p**
	$\dfrac{3m^2}{2} + 4m - \dfrac{11}{2} = \dfrac{17}{2} \Rightarrow 3m^2 + 8m - 28 = 0$ și, cum $m > 1$, obținem $m = 2$	**2p**