**Examenul de bacalaureat naţional 2020**
**Proba E. c)**

**Matematică *M_mate-info***

**BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE**

**Test 2**

***Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică***
***Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică***

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $(3-i)^2-6(3-i)+10=$ | **2p** |
| | $=9-6i+i^2-18+6i+10=0$ | **3p** |
| **2.** | $f(a)=a^2+6$, $f(a-2)=(a-2)^2+6$ | **2p** |
| | $a^2+6=(a-2)^2+6$, de unde obținem $a=1$ | **3p** |
| **3.** | $x^2+4x+5=2x+4\Rightarrow x^2+2x+1=0$ | **3p** |
| | $x=-1$, care convine | **2p** |
| **4.** | Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile | **2p** |
| | Mulțimea numerelor naturale de două cifre, care au produsul cifrelor egal cu 16, are 3 elemente, deci sunt 3 cazuri favorabile | **2p** |
| | $p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\dfrac{3}{90}=\dfrac{1}{30}$ | **1p** |
| **5.** | $ABCD$ este paralelogram, deci segmentele $AC$ și $BD$ au același mijloc | **1p** |
| | $x_A+x_C=x_B+x_D\Rightarrow x_D=4$ | **2p** |
| | $y_A+y_C=y_B+y_D\Rightarrow y_D=5$ | **2p** |
| **6.** | $E\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\operatorname{tg}\dfrac{\pi}{4}-\operatorname{ctg}\dfrac{\pi}{4}+\operatorname{ctg}\dfrac{\pi}{2}+2\sin\dfrac{5\pi}{6}=$ | **2p** |
| | $=1-1+0+2\cdot\dfrac{1}{2}=1$ | **3p** |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $A(1)=\begin{pmatrix}1&-2&0\\0&1&0\\2&-2&1\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A(1))=\begin{vmatrix}1&-2&0\\0&1&0\\2&-2&1\end{vmatrix}=$ | **2p** |
| | $=1+0+0-0-0-0=1$ | **3p** |
| **b)** | $A(a)A(b)=\begin{pmatrix}1&-2a&0\\0&1&0\\2a&-2a^2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-2b&0\\0&1&0\\2b&-2b^2&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&-2b-2a&0\\0&1&0\\2a+2b&-4ab-2a^2-2b^2&1\end{pmatrix}=$ | **3p** |
| | $=\begin{pmatrix}1&-2(a+b)&0\\0&1&0\\2(a+b)&-2(a+b)^2&1\end{pmatrix}=A(a+b)$, pentru orice numere reale $a$ și $b$ | **2p** |

| | | |
|---|---|---|
| **c)** | $A(n)=A(1)A(2)A(3)\cdot\ldots\cdot A(2020)=A(1+2+3+\ldots+2020)=A\left(\frac{2020\cdot 2021}{2}\right)=$ | **3p** |
| | $=A(1010\cdot 2021)$, deci $n=1010\cdot 2021$, care este multiplu de $2021$ | **2p** |
| **2.a)** | $\sqrt{3}*0=\sqrt{3}\cdot 0-\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+0\right)+3+\sqrt{3}=$ | **3p** |
| | $=-3+3+\sqrt{3}=\sqrt{3}$ | **2p** |
| **b)** | $x*y=xy-\sqrt{3}x-\sqrt{3}y+3+\sqrt{3}=$ | **2p** |
| | $=x\left(y-\sqrt{3}\right)-\sqrt{3}\left(y-\sqrt{3}\right)+\sqrt{3}=\left(x-\sqrt{3}\right)\left(y-\sqrt{3}\right)+\sqrt{3}$, pentru orice numere reale $x$ și $y$ | **3p** |
| **c)** | $x*\sqrt{3}=\sqrt{3}$ și $\sqrt{3}*y=\sqrt{3}$, unde $x$ și $y$ sunt numere reale | **2p** |
| | $\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{1}}*\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}\right)*\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}*\ldots*\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{96}}=\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{1}}*\sqrt{3}\right)*\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}*\ldots*\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{96}}=\sqrt{3}*\left(\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}*\ldots*\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{96}}\right)=\sqrt{3}$ | **3p** |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $f'(x)=\frac{(2x+4)e^x-\left(x^2+4x+4\right)e^x}{\left(e^x\right)^2}=$ | **3p** |
| | $=\frac{e^x\left(-x^2-2x\right)}{\left(e^x\right)^2}=\frac{-x(x+2)}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$ | **2p** |
| **b)** | $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2+4x+4}{e^x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x+4}{e^x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2}{e^x}=0$ | **3p** |
| | Dreapta de ecuație $y=0$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcţiei $f$ | **2p** |
| **c)** | $g(x)=\frac{1}{e^x}$, deci $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(g(1)+g(2)+\ldots+g(n)\right)=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{e^1}+\frac{1}{e^2}+\ldots+\frac{1}{e^n}\right)=$ | **2p** |
| | $=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{e}\cdot\frac{\left(\frac{1}{e}\right)^n-1}{\frac{1}{e}-1}=\frac{1}{e-1}$ | **3p** |
| **2.a)** | $\int_0^1(x+1)f(x)dx=\int_0^1(2x+1)dx=\left(x^2+x\right)\Big\vert_0^1=$ | **3p** |
| | $=1+1=2$ | **2p** |
| **b)** | $\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1\frac{2x+1}{x+1}dx=\int_0^1\left(2-\frac{1}{x+1}\right)dx=2x\Big\vert_0^1-\ln(x+1)\Big\vert_0^1=$ | **3p** |
| | $=2-\ln 2+\ln 1=2-\ln 2$ | **2p** |
| **c)** | $I_n=\int_0^1 e^x(2x+1)^n dx=e^x(2x+1)^n\Big\vert_0^1-2n\int_0^1 e^x(2x+1)^{n-1}dx=$ | **3p** |
| | $=e\cdot 3^n-1-2nI_{n-1}$, deci $I_n+2nI_{n-1}=3^n e-1$, pentru orice număr natural $n$, $n\geq 2$ | **2p** |