Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_şt-nat*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a_1+a_3=2a_2$	**2p**
	$a_1+a_2+a_3=3a_2=3\cdot 2=6$	**3p**
2.	$f(a)=a^2 \Leftrightarrow a^2-4a+4=0$	**3p**
	$a=2$	**2p**
3.	$x^2-5x+7=(x-1)^2$	**2p**
	$3x=6$, deci $x=2$, care convine	**3p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 9 numere divizibile cu 10, deci sunt 9 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\dfrac{9}{90}=\dfrac{1}{10}$	**1p**
5.	$\dfrac{m}{3}=\dfrac{5}{3}$	**3p**
	$m=5$	**2p**
6.	$(\sin x-\cos x)^2+(\sin x+\cos x)^2=\sin^2 x-2\sin x\cos x+\cos^2 x+\sin^2 x+2\sin x\cos x+\cos^2 x=$	**2p**
	$=2(\sin^2 x+\cos^2 x)=2\cdot 1=2$, pentru orice număr real x	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}4 & -6\\ 2 & -3\end{vmatrix}=4\cdot(-3)-2\cdot(-6)=$	**3p**
	$=-12+12=0$	**2p**
b)	$M(x)M(y)=(I_2+xA)(I_2+yA)=I_2+xA+yA+xyAA$	**3p**
	Cum $AA=A$, obținem $M(x)M(y)=I_2+(x+y+xy)A=M(x+y+xy)$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
c)	$M(m+n+mn)=M(6)\Leftrightarrow m+n+mn=6$	**2p**
	$(m+1)(n+1)=7$ și, cum m și n sunt numere naturale, obținem perechile $(6,0)$ sau $(0,6)$	**3p**
2.a)	$x\circ y=xy-x-y+1+1=$	**2p**
	$=x(y-1)-(y-1)+1=(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
b)	$x\circ x=(x-1)^2+1$, de unde obținem $(x-1)^2\le 4$	**2p**
	$x\in[-1,3]$	**3p**
c)	$1\circ x=1$, unde x este număr real	**2p**
	$1^n\circ 2^n\circ 3^n\circ\ldots\circ 2020^n=1\circ(2^n\circ 3^n\circ\ldots\circ 2020^n)=1$, pentru orice număr natural nenul n	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=x'-e(\ln x)'=$	**3p**
	$=1-e\cdot\frac{1}{x}=\frac{x-e}{x}$, $x\in(0,+\infty)$	**2p**
b)	Tangenta la graficul funcției f în punctul $(a,f(a))$ este paralelă cu dreapta de ecuație $y=x\Leftrightarrow f'(a)=1$	**3p**
	$\frac{a-e}{a}=1\Leftrightarrow a-e=a\Leftrightarrow e=0$, ceea ce este imposibil, deci graficul funcției f **nu** admite în niciun punct o tangentă paralelă cu dreapta de ecuație $y=x$	**2p**
c)	$f'(x)<0$, pentru orice $x\in(0,e)\Rightarrow f$ este strict descrescătoare pe $(0,e)$ și $f'(x)>0$, pentru orice $x\in(e,+\infty)\Rightarrow f$ este strict crescătoare pe $(e,+\infty)$	**2p**
	$e^x-x^e=0\Leftrightarrow f(x)=0$ și, cum $f(e)=0$, ecuația $e^x-x^e=0$ are exact o soluție în $(0,+\infty)$	**3p**
2.a)	$\int_0^3\frac{f(x)}{e^x}dx=\int_0^3x(x+2)dx=\left(\frac{x^3}{3}+x^2\right)\Big\vert_0^3=$	**3p**
	$=9+9-0=18$	**2p**
b)	$\int_0^1f(x)dx=\int_0^1\left(x^2+2x\right)e^xdx=\left(x^2+2x\right)e^x\Big\vert_0^1-\int_0^1(2x+2)e^xdx=$	**2p**
	$=3e-(2x+2)e^x\Big\vert_0^1+\int_0^1 2e^xdx=3e-4e+2+2e-2=e$	**3p**
c)	$\int_1^n\frac{(x+1)e^x}{f(x)}dx=\int_1^n\frac{x+1}{x^2+2x}dx=\frac{1}{2}\ln\left(x^2+2x\right)\Big\vert_1^n=\frac{1}{2}\ln\frac{n^2+2n}{3}$	**3p**
	$\frac{1}{2}\ln\frac{n^2+2n}{3}=\frac{3\ln 2}{2}\Rightarrow n^2+2n-24=0$ și, cum n este număr natural nenul, obținem $n=4$	**2p**