Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Test 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\sqrt{11}\left(\sqrt{11}+1\right)-\left(\sqrt{11}+3\right)=8$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f\left(x\right)=x^2-5x+6$. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+2}=3\sqrt{3}$.

5p **4.** Se consideră patru puncte distincte, oricare trei dintre ele necoliniare. Calculați numărul dreptelor determinate de câte două dintre aceste puncte.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M\left(-1,2\right)$ și $N\left(2,1\right)$. Determinați coordonatele simetricului punctului M față de punctul N.

5p **6**. Se consideră triunghiul ABC, cu $AB=3\sqrt{2}$, $BC=9$ și $AC=3\sqrt{5}$. Calculați măsura unghiului B.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A\left(a\right)=\begin{pmatrix}1-10a & 8a\\ -5a & 1+4a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A\left(1\right)\right)=-5$.

5p **b)** Demonstrați că $A\left(a\right)\cdot A\left(b\right)=A\left(a+b-6ab\right)$, pentru orice numere reale a și b.

5p **c)** Determinați numerele naturale m și n, pentru care $A\left(m\right)\cdot A\left(n\right)=A\left(6-5mn\right)$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=xy-3x-3y+12$.

5p **a)** Arătați că $1*3=3$.

5p **b)** Demonstrați că $x*y=\left(x-3\right)\left(y-3\right)+3$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numerele numere reale x pentru care $x*x*x=x$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f\left(x\right)=x^5-5x+2020$.

5p **a)** Arătați că $f'\left(x\right)=5\left(x-1\right)\left(x+1\right)\left(x^2+1\right)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Demonstrați că funcția f este concavă pe $\left(-\infty,0\right]$.

5p **c)** Demonstrați că ecuația $f\left(x\right)=2025$ **nu** admite nicio soluție în intervalul $\left[-1,1\right]$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f\left(x\right)=\sin x$.

5p **a)** Arătați că orice primitivă F a funcției f este crescătoare pe $\left[0,\pi\right]$.

5p **b)** Calculați $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}2f\left(x\right)f'\left(x\right)dx$.

5p **c)** Arătați că $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}xf\left(x\right)dx=1$.