Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 2

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{3}\right)\cdot\frac{6}{\sqrt{27}+\sqrt{8}}=1$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+2$. Determinați numerele naturale n pentru care $f(n)\le g(n)$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\lg\left(x^2+5\right)=\lg(4x+1)$.

5p **4.** Un biciclist parcurge un traseu în trei etape. În prima etapă biciclistul parcurge 50% din traseu, în a doua etapă 25% din traseu, iar în a treia etapă restul de $10\,\text{km}$. Determinați lungimea traseului.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,0)$, $B(4,4)$ și $C(3,0)$. Calculați aria triunghiului ABC.

5p **6.** Arătați că $\sqrt{3}\cdot\cos 30^\circ+\sin 30^\circ-2\sin^2 45^\circ=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-\sqrt{2}x-\sqrt{2}y+\sqrt{2}+2$.

5p **1.** Arătați că $\sqrt{2}*\left(-\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}$.

5p **2.** Demonstrați că $x*y=\left(x-\sqrt{2}\right)\left(y-\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}$, pentru orice numere reale x și y.

5p **3.** Verificați dacă $e=1+\sqrt{2}$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.

5p **4.** Determinaţi numerele reale a pentru care $a*a=2+\sqrt{2}$.

5p **5.** Determinați numerele reale x pentru care $4^x*2^x=\sqrt{2}$.

5p **6.** Determinați valorile reale ale lui x pentru care $\left(x+\sqrt{2}\right)*\left(x-\sqrt{2}\right)\le\sqrt{2}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2&0\\3&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2&x\\3&0\end{pmatrix}$ și $C=\begin{pmatrix}x&0\\0&1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det A=2$.

5p **2.** Determinați numărul real x pentru care $B+C=A$.

5p **3.** Determinați numărul real x pentru care $\det(B-C)=0$.

5p **4.** Demonstrați că $\det(B\cdot C-C\cdot B)=3x(x-1)^2$, pentru orice număr real x.

5p **5.** Pentru $x=1$, arătați că inversa matricei B este matricea $\begin{pmatrix}0&\frac{1}{3}\\1&-\frac{2}{3}\end{pmatrix}$.

5p **6.** Pentru $x=1$, rezolvați în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $B\cdot X\cdot C=A$.