Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_şt-nat*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	Rația progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$ este $q=2$	**3p**
	$b_3=1\cdot 2^2=4$	**2p**
2.	$3x+1<7\Leftrightarrow x<2$	**2p**
	Cum x este număr natural, obținem $x=0$ sau $x=1$	**3p**
3.	$x^2+8=(x+2)^2$	**2p**
	$x=1$, care convine	**3p**
4.	$C_4^2=\dfrac{4!}{2!\cdot 2!}=$	**3p**
	$=6$	**2p**
5.	$m_{AB}=1$, $m_{CD}=1-a$, unde a este număr real	**2p**
	$m_{AB}=m_{CD}\Leftrightarrow 1-a=1\Leftrightarrow a=0$	**3p**
6.	$\cos B=\dfrac{AB}{BC}\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}=\dfrac{10}{BC}$	**3p**
	$BC=20$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(1)=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A(1))=\begin{vmatrix}2 & 1\\ 2 & 3\end{vmatrix}=2\cdot 3-2\cdot 1=$	**3p**
	$=6-2=4$	**2p**
b)	$A(x)A(y)=\begin{pmatrix}1+x+y+xy+2xy & y+xy+x+2xy\\ 2x+2xy+2y+4xy & 2xy+1+2x+2y+4xy\end{pmatrix}=$	**2p**
	$=\begin{pmatrix}1+(x+y+3xy) & x+y+3xy\\ 2(x+y+3xy) & 1+2(x+y+3xy)\end{pmatrix}=A(x+y+3xy)$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
c)	$A(a+a+3a\cdot a)=A(5)\Leftrightarrow 3a^2+2a-5=0$	**3p**
	$a=-\dfrac{5}{3}$ sau $a=1$	**2p**
2.a)	$x*y=-xy+5x+5y-25+5=$	**3p**
	$=-x(y-5)+5(y-5)+5=-(x-5)(y-5)+5$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
b)	$-(x-5)^2+5\geq x\Leftrightarrow (x-5)(x-4)\leq 0$	**3p**
	$x\in[4,5]$	**2p**
c)	$x*5=x$ și $5*y=y$, unde x și y sunt numere reale	**2p**
	$1*(-2)*3*(-4)*5*\ldots*2019*(-2020)=((1*(-2)*3*(-4))*5)*(-6)*\ldots*2019*(-2020)=$ $=5*((-6)*\ldots*2019*(-2020))=5$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=2(x+2)e^{-x}+(x+2)^2e^{-x}\cdot(-1)=$	**3p**
	$=\left(-x^2-2x\right)e^{-x}=-x(x+2)e^{-x},\ x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(x+2)^2e^{-x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^2}{e^x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2(x+2)}{e^x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2}{e^x}=0$	**3p**
	Dreapta de ecuație $y=0$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcţiei f	**2p**
c)	$f'(x)\geq 0$, pentru orice $x\in[-2,0]\Rightarrow f$ este crescătoare pe $[-2,0]$ și $f'(x)\leq 0$, pentru orice $x\in[0,+\infty)\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[0,+\infty)$ și, cum $f(0)=4$, obținem $f(x)\leq 4$, pentru orice $x\in[-2,+\infty)$	**3p**
	$x,y\in[-2,+\infty)\Rightarrow 0\leq f(x)\leq 4$ și $0\leq f(y)\leq 4\Rightarrow 0\leq f(x)f(y)\leq 16\Rightarrow 0\leq\sqrt{f(x)f(y)}\leq 4$, de unde obținem $0\leq\dfrac{(x+2)(y+2)}{\sqrt{e^{x+y}}}\leq 4$, pentru orice $x,y\in[-2,+\infty)$	**2p**
2.a)	$\int_0^1\dfrac{1}{e^x}f(x)\,dx=\int_0^1x^3dx=\dfrac{x^4}{4}\Big\vert_0^1=$	**3p**
	$=\dfrac{1}{4}-0=\dfrac{1}{4}$	**2p**
b)	$\int_1^2\dfrac{1}{x^2}f(x)\,dx=\int_1^2xe^x\,dx=(x-1)e^x\Big\vert_1^2=$	**3p**
	$=e^2$	**2p**
c)	$F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ este o primitivă a funcției f, deci $F'(x)=f(x)\Rightarrow F''(x)=x^2(x+3)e^x,\ x\in\mathbb{R}$	**2p**
	$F''(x)<0$, pentru orice $x\in(-\infty,-3)$, $F''(x)>0$, pentru orice $x\in(-3,0)$ și pentru orice $x\in(0,+\infty)$, deci funcția F are un singur punct de inflexiune	**3p**