Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Test 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\left(5+\frac{1}{2}\right)\left(5-\frac{1}{2}\right)=\frac{99}{4}$.

5p **2.** Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+4$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=8-x$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(2x+1)=2$.

5p **4.** După o ieftinire cu 10%, preţul unei tablete este 630 de lei. Determinați prețul tabletei înainte de ieftinire.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,1)$ şi $B(3,5)$. Calculați lungimea segmentului AM, unde M este mijlocul segmentului AB.

5p **6.** Arătați că $\cos^2 45^\circ-\sin^2 30^\circ=\frac{1}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $M=\begin{pmatrix}8 & 6\\ 6 & 5\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}2+a & 2\\ 2 & 1+a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det M=4$.

5p **b)** Arătați că $A(a)\cdot A(-a)+a^2\cdot I_2=M$, pentru orice număr real a, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, știind că $M\cdot X=A(0)$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=x+y-10$.

5p **a)** Arătaţi că $5*5=0$.

5p **b)** Determinați numerele naturale n pentru care $n^2*n<-4$.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $x*x*x=x^2-18$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^3-3x^2+1$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=6x(x-1)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-x^3+2x^2+x-2}{x-1}=2$.

5p **c)** Determinați abscisele punctelor situate pe graficul funcției f în care tangenta la graficul funcţiei f este paralelă cu dreapta de ecuație $y=12x+2020$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\left(x^2+1\right)-2$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_{-1}^{1}\left(f(x)-x+2\right)dx=0$.

5p **b)** Calculaţi $\int_{0}^{1}\left(f(x)-x^3+2\right)e^x\,dx$.

5p **c)** Determinaţi numărul real pozitiv m, știind că $\int_{1}^{2}f(x)\,dx=m^2+1$.