Examenul de bacalaureat naţional 2020

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Test 4

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că suma pătratelor elementelor mulțimii $M=\left\{n\in\mathbb{N}\,\middle|\, n-1<2\right\}$ este egală cu 5.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-mx+5$, unde m este număr real. Determinați numărul real m, știind că vârfului parabolei asociate funcției f are abscisa egală cu 3.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+2}=\sqrt{8-x}$.

5p **4.** Determinați numărul submulțimilor cu 10 elemente ale unei mulțimi cu 12 elemente.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,1)$, $B(-1,3)$ și $C(8,10)$. Determinaţi ecuația dreptei paralele cu dreapta AC și care trece prin mijlocul segmentului CD, unde punctul D este mijlocul segmentului AB.

5p **6.** Calculați $S=\cos\pi+\cos 2\pi+\cos 3\pi+\ldots+\cos 2020\pi$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}x&1&-x\\1&0&1\\-x&1&x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1))=-4$.

5p **b)** Demonstrați că $\det(A(x)A(y)-A(2xy))=0$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numărul natural n pentru care $A(1)A\left(\frac{1}{2}\right)+A(2)A\left(\frac{1}{4}\right)+\ldots+A(1010)A\left(\frac{1}{2020}\right)=nI_3$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=\left(\sqrt[5]{x}+\sqrt[5]{y}\right)^5$.

5p **a)** Arătaţi că $2^5*3^5=5^5$.

5p **b)** Determinați numărul real x, știind că $2^5*x^5*\left(243x^5\right)=100000$.

5p **c)** Se consideră numerele $M=1^5*2^5*...*10^5$ și $N=5^5\cdot 11^5$. Demonstrați că $M-N=0$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x-1}{x+1}+\ln(x+1)-\ln x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{x-1}{x(x+1)^2}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Demonstraţi că graficul funcției f **nu** intersectează axa Ox.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x^2+1}$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 f^2(x)\,dx=\frac{4}{3}$.

5p **b)** Calculați $\int_{-1}^{1} \left| x f\left(x\right) \right| dx$.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\int_{0}^{x} t \cdot f\left(t\right) dt}{x^2}$.