Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Test 4

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)^2-\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)=2$.

5p **2.** Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2-4x+m=0$, unde m este număr real. Determinaţi numărul real m pentru care $x_1^2+x_2^2=2$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x+1}=3x+1$.

5p **4.** După o ieftinire cu 25%, preţul unui obiect este 750 de lei. Determinați preţul obiectului înainte de ieftinire.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,2)$ şi $B(8,6)$. Determinați coordonatele punctului C, știind că $OABC$ este paralelogram.

5p **6**. Arătaţi că $\sqrt{3}\cos 30^\circ+\sin 30^\circ+\frac{1}{2}\cos 90^\circ=2$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(a)=I_2+aA$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(M(1))=-1$.

5p **b)** Demonstrați că $M(a)\cdot M(b)-M(a+b)=2abM(0)$, pentru orice numere reale a și b.

5p **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, știind că $X\cdot M(1)=M(0)$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=4xy+4x+4y+3$.

5p **a)** Arătaţi că $1*(-1)=-1$.

5p **b)** Demonstrați că $x*y=4(x+1)(y+1)-1$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numărul real x pentru care $x*\frac{1}{4}*(-x)=19$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2+4x+4}{x+1}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$, $x\in(-1,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că funcția f este convexă.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+\frac{1}{x^2+1}$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1\left(x^2+1\right)\left(f(x)-x^2\right)dx=1$.

5p **b)** Calculaţi $\int_{-1}^1 xf(x)dx$.

5p **c)** Determinaţi numărul natural n, ştiind că $\int_0^1 f(x)dx=\frac{n^2}{3}+\frac{\pi}{4}-1$.