Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Test 4

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\sqrt{64}-\left(\frac{1}{2}:0,5-1\right)=8$.

5p **2.** Determinați cel mai mare element al mulțimii $A=\left\{x\in\mathbb{Z}\,\middle|\,x^2-3<2x\right\}$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2\left(x^2+x+1\right)=\log_2\left(3x\right)$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 17.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $M\left(0,1\right)$ și dreapta d de ecuație $y=x$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul M și este paralelă cu dreapta d.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=24$, $AC=10$, $BC=26$ și punctul D, mijlocul segmentului BC. Arătați că lungimea segmentului AD este egală cu 13.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-5\left(x+y\right)+30$.

5p **1.** Arătați că $0*5=5$.

5p **2.** Demonstrați că $x*y=\left(x-5\right)\left(y-5\right)+5$, pentru orice numere reale x și y.

5p **3.** Verificaţi dacă $e=6$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.

5p **4.** Determinați numerele reale x, știind că $\left(x-1\right)*\left(x+1\right)=8$.

5p **5.** Determinați numerele reale x pentru care $5^{x^2}*5^{x^2}=5$.

5p **6.** Dați exemplu de numere raționale p și q, care nu sunt întregi, pentru care numărul $p*q$ este întreg.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&0\\2&3\end{pmatrix}$, $B\left(x\right)=\begin{pmatrix}1&0\\x&1\end{pmatrix}$ și $C\left(x\right)=\begin{pmatrix}1&x\\2&3\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det A=3$.

5p **2.** Determinați numărul real x pentru care $C\left(x\right)\cdot B\left(x\right)=A$.

5p **3.** Arătați că $C\left(x\right)\cdot B\left(x\right)-B\left(x\right)\cdot C\left(x\right)=\begin{pmatrix}x^2&0\\2x&-x^2\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x.

5p **4.** Pentru $x=0$, determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2\left(\mathbb{R}\right)$ pentru care $X\cdot B\left(x\right)=A\cdot C\left(x\right)$.

5p **5.** Demonstrați că, pentru orice număr întreg x, matricea $C\left(x\right)$ este inversabilă.

5p **6.** Determinați numerele naturale x pentru care $\det\left(B\left(x\right)+C\left(x\right)\right)>0$.