Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$2z_1 - z_2 = 2(3-3i) - (5-6i) =$	**2p**
	$= 6 - 6i - 5 + 6i = 1$	**3p**
2.	$m + 15 + (m+1) + 15 = 35$	**2p**
	$2m + 31 = 35 \Rightarrow m = 2$	**3p**
3.	$3^x(2-3) + 27 = 0 \Leftrightarrow 3^x = 27$	**3p**
	$x = 3$	**2p**
4.	Sunt 900 de numere naturale de trei cifre, deci sunt 900 de cazuri posibile	**2p**
	Numerele naturale de trei cifre care sunt multipli de 25 sunt $25\cdot 4$, $25\cdot 5, \ldots, 25\cdot 39$, deci sunt 36 de cazuri favorabile	**2p**
	$p = \dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \dfrac{36}{900} = \dfrac{1}{25}$	**1p**
5.	$AC \equiv CB$, deci punctul C este mijlocul segmentului AB	**3p**
	$a = 2$, $b = 5$	**2p**
6.	$\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \dfrac{AB \cdot AC}{2} \Rightarrow 6 = \dfrac{4 \cdot AC}{2} \Rightarrow AC = 3$	**3p**
	$BC = 5$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det(A(a)) = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & a+1 & a \\ a & 6 & 4 \end{vmatrix} = 8a + 8 + 12 + 2a^2 - a^2 - a - 12a - 16 =$	**3p**
	$= a^2 - 5a + 4 = (a-1)(a-4)$, pentru orice număr real a	**2p**
b)	$A(4) - A(1) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $(A(4) - A(1))A(a) = 3\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ a+2 & a+7 & a+4 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real	**3p**
	$A(a)(A(4) - A(1)) = 3\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ a & a+1 & a+1 \\ 4 & 6 & 6 \end{pmatrix}$, deci $A(a)(A(4) - A(1)) \neq (A(4) - A(1))A(a)$, pentru orice număr real a	**2p**
c)	Sistemul are soluția unică (x_0, y_0, z_0), deci $a \in \mathbb{Z} \setminus \{1, 4\}$ și soluția sistemului de ecuații este $\left(\dfrac{a-3}{a-4}, \dfrac{a-6}{a-4}, -\dfrac{a-6}{a-4}\right)$	**3p**
	Cum x_0, y_0, z_0 și a sunt numere întregi, obținem $a = 3$ sau $a = 5$, care convin	**2p**

2.a)	$3*0=\dfrac{100(3+0)}{3\cdot 0+100}=$	**3p**
	$=\dfrac{300}{100}=3$	**2p**
b)	$f(x*y)=\dfrac{10-\dfrac{100(x+y)}{xy+100}}{10+\dfrac{100(x+y)}{xy+100}}=\dfrac{10xy-100x-100y+1000}{10xy+100x+100y+1000}=\dfrac{xy-10x-10y+100}{xy+10x+10y+100}=$	**3p**
	$=\dfrac{(x-10)(y-10)}{(x+10)(y+10)}=\dfrac{10-x}{10+x}\cdot\dfrac{10-y}{10+y}=f(x)f(y)$, pentru orice $x,\ y\in M$	**2p**
c)	$f\left(\underbrace{x*x*\ldots*x}_{\text{de 11 ori } x}\right)=f(0)$, deci $\underbrace{f(x)f(x)\ldots f(x)}_{\text{de 11 ori } f(x)}=f(0)\Leftrightarrow (f(x))^{11}=1$	**3p**
	$f(x)=1\Leftrightarrow 10-x=10+x$, deci $x=0$, care convine	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=e^x\left(x^2-4x+1\right)+e^x(2x-4)=$	**3p**
	$=e^x\left(x^2-2x-3\right)=e^x(x-3)(x+1),\ x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	Tangenta la graficul funcției f în $(x_0,f(x_0))$ este paralelă cu dreapta de ecuație $y=2020\Leftrightarrow f'(x_0)=0$	**2p**
	$e^{x_0}(x_0-3)(x_0+1)=0\Leftrightarrow x_0=-1$ sau $x_0=3$	**3p**
c)	$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$, $f(-1)=\dfrac{6}{e}$, $f(3)=-2e^3$ și $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	**2p**
	Cum f este continuă pe $\mathbb{R}$ și f este strict monotonă pe $(-\infty,-1)$, pe $(-1,3)$ și pe $(3,+\infty)$, graficul funcției f intersectează dreapta de ecuație $y=a$ în exact trei puncte $\Leftrightarrow f(x)=a$ are exact trei soluţii reale $\Leftrightarrow a\in\left(0,\dfrac{6}{e}\right)\cap\left(-2e^3,\dfrac{6}{e}\right)\cap\left(-2e^3,+\infty\right)=\left(0,\dfrac{6}{e}\right)$	**3p**
2.a)	$F:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$ este o primitivă a funcției $f\Rightarrow F'(x)=f(x)=\ln x+\dfrac{1}{\ln x}$, $x\in(1,+\infty)$	**2p**
	$F'(x)>0$, pentru orice $x\in(1,+\infty)$, deci F este strict crescătoare pe intervalul $(1,+\infty)$	**3p**
b)	$\int_e^{e^2}\dfrac{1}{x}\left(f(x)-\ln x\right)dx=\int_e^{e^2}\dfrac{1}{x}\cdot\dfrac{1}{\ln x}dx=\ln(\ln x)\Big\vert_e^{e^2}=$	**3p**
	$=\ln 2-\ln 1=\ln 2$	**2p**
c)	$\int_e^a\ln x\,dx=x\ln x\Big\vert_e^a-\int_e^a x\cdot\dfrac{1}{x}dx=a\ln a-e-(a-e)=a\ln a-a$	**3p**
	$a\ln a-a=2a\Leftrightarrow a(\ln a-3)=0$ și, cum $a>e$, obținem $a=e^3$	**2p**