Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$(0,2\cdot 10-1)(0,2\cdot 10+1)=(2-1)(2+1)=$	**3p**
	$=1\cdot 3=3$	**2p**
2.	$x^2-2=x\Leftrightarrow x^2-x-2=0$	**3p**
	$x=-1$ sau $x=2$	**2p**
3.	$4(6-x)=x+14\Rightarrow 24-4x=x+14\Leftrightarrow 5x=10$	**3p**
	$x=2$, care convine	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**1p**
	În mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 7 numere care au cifra zecilor cu 2 mai mică decât cifra unităților, deci sunt 7 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\dfrac{7}{90}$	**2p**
5.	$\vec{u}+\vec{v}=(a+2)\vec{i}+(a+2)\vec{j}$	**3p**
	$a=-2$	**2p**
6.	Cum $\sin^2 x+\cos^2 x=1$ și $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$, obținem $\cos x=\sqrt{1-\left(\dfrac{3}{5}\right)^2}=\dfrac{4}{5}$	**3p**
	$\operatorname{tg}x=\dfrac{\sin x}{\cos x}=\dfrac{3}{5}\cdot\dfrac{5}{4}=\dfrac{3}{4}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(0)=\begin{pmatrix}1&0&0\\2&1&0\\-3&-1&1\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A(0))=\begin{vmatrix}1&0&0\\2&1&0\\-3&-1&1\end{vmatrix}=$	**3p**
	$=1+0+0-0-0-0=1$	**2p**
b)	$\begin{cases}x-y=1\\2x+y-z=4\\-3x-y+z=1\end{cases}$ și $\det(A(-1))=-1\neq 0$, deci sistemul de ecuații admite soluție unică	**2p**
	$x=-5$, $y=-6$, $z=-20$	**3p**
c)	$A(p)=\begin{pmatrix}1&p&0\\2&1&p\\-3&-1&1\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A(p))=-3p^2-p+1$, unde p este număr rațional	**2p**
	$-3p^2-p+1=0\Leftrightarrow p=-\dfrac{1+\sqrt{13}}{6}\notin\mathbb{Q}$ sau $p=-\dfrac{1-\sqrt{13}}{6}\notin\mathbb{Q}$, deci, pentru orice număr rațional p, $\det(A(p))\neq 0$, adică matricea $A(p)$ este inversabilă	**3p**
2.a)	$x*y=xy-101x-101y+10201+101=x(y-101)-101(y-101)+101=$	**3p**
	$=(x-101)(y-101)+101$, pentru orice numere reale x şi y	**2p**

b)	Elementul neutru al legii „$*$” este $e=102$	**2p**
	$x=x' \Leftrightarrow x*x=102 \Leftrightarrow (x-101)^2=1$, de unde obținem $x=100$ sau $x=102$	**3p**
c)	$x*y=202 \Leftrightarrow (x-101)(y-101)+101=202 \Leftrightarrow (x-101)(y-101)=101$	**2p**
	Cum x și y sunt numere întregi cu $x<y$ și 101 este număr prim, obținem $x=0$ și $y=100$ sau $x=102$ și $y=202$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=e^x-1,\ x\in\mathbb{R}$	**3p**
	Panta tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f este egală cu $f'(0)=e^0-1=0$	**2p**
b)	$f''(x)=e^x,\ x\in\mathbb{R}$	**2p**
	$f''(x)>0$, pentru orice număr real x, deci funcția f este convexă pe $\mathbb{R}$	**3p**
c)	$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=0$	**1p**
	$f'(x)\le 0$, pentru orice $x\in(-\infty,0] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(-\infty,0]$, $f'(x)\ge 0$, pentru orice $x\in[0,+\infty) \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[0,+\infty)$ și, cum $f(0)=-4$, obținem $f(x)\ge -4$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$	**2p**
	$f(-x)\ge -4$, deci $e^{-x}\ge -x+1$, de unde $e^x(1-x)\le 1$, pentru orice număr real x	**2p**
2.a)	$\int_1^3\left(f(x)-\frac{4}{x}\right)dx=\int_1^3\left(\frac{x^2+4}{x}-\frac{4}{x}\right)dx=\int_1^3 x\,dx=\frac{x^2}{2}\Big\vert_1^3=$	**3p**
	$=\frac{9}{2}-\frac{1}{2}=4$	**2p**
b)	$\int_2^6\frac{2}{f(x)}dx=\int_2^6\frac{2x}{x^2+4}dx=\ln\left(x^2+4\right)\Big\vert_2^6=$	**3p**
	$=\ln 40-\ln 8=\ln 5$	**2p**
c)	$\int_1^e\left(f(x)-\frac{4}{x}\right)\ln x\,dx=\int_1^e x\ln x\,dx=\int_1^e\left(\frac{x^2}{2}\right)'\ln x\,dx=\frac{x^2}{2}\ln x\Big\vert_1^e-\int_1^e\frac{x}{2}dx=\frac{e^2}{2}-\frac{x^2}{4}\Big\vert_1^e=\frac{e^2+1}{4}$	**3p**
	$\frac{e^2+1}{4}=\frac{e^2+1}{a}$, deci $a=4$	**2p**