Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Test 5

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\left(3-3\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{5}{14}=1$.

5p **2.** Determinați numerele reale m, știind că punctul $A(m,6)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{14-x}=\sqrt{3x+6}$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să verifice inegalitatea $n(n-10)(n-11)\le 0$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,1)$, $B(-1,4)$ și $C(3,7)$. Calculați perimetrul triunghiului ABC.

5p **6**. Arătați că $\sin 30^\circ\cos 30^\circ+2\sin 45^\circ\cos 45^\circ-\sin 60^\circ\cos 60^\circ=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}x-3&1\\1&3-x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1))=-5$.

5p **b)** Demonstrați că $A(x)+A(-x)=2A(0)$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $A(x)\cdot A(x)=10\cdot I_2$.

2) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=2x+y-3xy$.

5p **a)** Arătați că $1*2=-2$.

5p **b)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x*(x-1)=-1$.

5p **c)** Dați exemplu de două numere iraționale a și b pentru care $a*b\in\mathbb{N}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^5-5x^4+5x^3$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=5x^2(x-3)(x-1)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $-27\le f(x)\le 1$, pentru orice $x\in[0,3]$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}x^2+x+2, & x\in(-\infty,0)\\ e^x+1, & x\in[0,+\infty)\end{cases}$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_0^1 f(x)\,dx=e$.

5p **b)** Demonstrați că funcția f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

5p **c)** Calculați $\int_{-1}^{1} xf(x)\,dx$.