**Examenul de bacalaureat naţional 2020**
**Proba E. c)**

**Matematică *M_şt-nat***
**BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE**

**Test 6**

***Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii***

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=\frac{(2a_1+4r)\cdot 5}{2}=\frac{(2\cdot 5+4\cdot 2)\cdot 5}{2}=$ | **3p** |
| | $=45$ | **2p** |
| **2.** | $\Delta=a^2-4(a-1)=(a-2)^2$ | **2p** |
| | $\Delta>0\Leftrightarrow a\in\mathbb{R}\setminus\{2\}$ | **3p** |
| **3.** | $\sqrt[3]{x^2+x+2}=2\Leftrightarrow x^2+x-6=0$ | **3p** |
| | $x=-3$ sau $x=2$ | **2p** |
| **4.** | $2C_4^3-3A_4^2=2\cdot\frac{4!}{3!(4-3)!}-3\cdot\frac{4!}{(4-2)!}=$ | **2p** |
| | $=2\cdot 4-3\cdot 4\cdot 3=8-36=-28$ | **3p** |
| **5.** | $\frac{1}{2}=\frac{a}{a^2+1}\Leftrightarrow a^2-2a+1=0$ | **3p** |
| | $a=1$ | **2p** |
| **6.** | $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot BC\cdot\sin B}{2}\Leftrightarrow 16=\frac{8\cdot 8\cdot\sin B}{2}$ | **3p** |
| | $\sin B=\frac{1}{2}$ și, cum triunghiul $ABC$ este ascuțitunghic, obținem că unghiul $B$ are măsura de $30°$ | **2p** |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $\det A=\begin{vmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{vmatrix}=0\cdot 0-1\cdot 1=$ | **3p** |
| | $=0-1=-1$ | **2p** |
| **b)** | $A\cdot A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=I_2$ | **2p** |
| | $M(x,y)\cdot M(a,b)=(xI_2+yA)(aI_2+bA)=xaI_2+xbA+yaA+ybA\cdot A=(xa+yb)I_2+(xb+ya)A=$<br>$=M(xa+yb,xb+ya)$ pentru orice numere reale $a$, $b$, $x$ și $y$ | **3p** |
| **c)** | $\det(M(x,y))=\begin{vmatrix}x & y\\ y & x\end{vmatrix}=x^2-y^2$, pentru orice numere reale $x$ și $y$, deci $(x-y)(x+y)=4$ | **1p** |
| | $M(x,y)\cdot M(x,y)=M(x^2+y^2,2xy)\Rightarrow 2(x^2+y^2+2xy)=8$, deci $(x+y)^2=4$ | **2p** |
| | $x+y=x-y=-2$ sau $x+y=x-y=2$, deci perechile sunt $(-2,0)$ sau $(2,0)$ | **2p** |
| **2.a)** | $2\circ(1*3)=2\circ(1+3-1)=2\circ 3=2\cdot 3-2-3+2=3$ | **2p** |
| | $(2\circ 1)*(2\circ 3)=(2\cdot 1-2-1+2)*(2\cdot 3-2-3+2)=1*3=1+3-1=3=2\circ(1*3)$ | **3p** |
| **b)** | $x\circ x=x^2-2x+2$ și $x*x=2x-1$, pentru orice număr real $x$ | **2p** |
| | $3^{x\circ x}=\left(3^{-2}\right)^{x*x}\Leftrightarrow x\circ x=-2\cdot(x*x)\Leftrightarrow x^2+2x=0$, deci $x=-2$ sau $x=0$ | **3p** |

| | | |
|---|---|---|
| **c)** | $(x-1)*(2y+1)=2 \Leftrightarrow x+2y=3$ și $(x+y)\circ 4=10 \Leftrightarrow x+y=4$ | **3p** |
| | Obținem $x=5$, $y=-1$ | **2p** |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.a)** | $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}}(5x-3)=2$, $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}}\left(x^2-x+\sqrt{x^2+3}\right)=2$ și $f(1)=2$, deci $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=f(1)$, de unde obținem că $f$ este continuă în $x=1$ | **3p** |
| | Cum $f$ este continuă pe $(-\infty,1)$ și pe $(1,+\infty)$, obținem că $f$ este continuă pe $\mathbb{R}$ | **2p** |
| **b)** | $f'(x)=2x-1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}$, $x\in(1,+\infty)$ | **2p** |
| | Tangenta la graficul funcției $f$ în punctul $A(a,f(a))$ are panta egală cu $f'(a)$ și, cum $f'(a)>0$, pentru orice $a\in(1,+\infty)$, obținem că $f'(a)\neq 0$, deci tangenta la graficul funcției $f$ în punctul $A$ **nu** este paralelă cu axa $Ox$, pentru orice $a\in(1,+\infty)$ | **3p** |
| **c)** | $f''(x)=2+\dfrac{3}{(x^2+3)\sqrt{x^2+3}}$, $x\in(1,+\infty)$ | **2p** |
| | $f''(x)>0$, pentru orice $x\in(1,+\infty)$, de unde obținem că funcția $f$ este convexă pe $(1,+\infty)$ | **3p** |
| **2.a)** | $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}+1=$ | **3p** |
| | $=\dfrac{\sqrt{x}+2x}{2x}=g(x)$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$, deci funcția $f$ este o primitivă a funcţiei $g$ | **2p** |
| **b)** | $\int_1^4 g(x)dx=f(x)\Big\vert_1^4=f(4)-f(1)=$ | **3p** |
| | $=7-3=4$ | **2p** |
| **c)** | $\int_1^m f(x)\cdot g(x)dx=\int_1^m f(x)\cdot f'(x)dx=\dfrac{1}{2}f^2(x)\Big\vert_1^m=\dfrac{1}{2}\left(f^2(m)-f^2(1)\right)$ | **3p** |
| | $f^2(m)-9=40 \Leftrightarrow f(m)=-7$, care nu convine sau $f(m)=7$, de unde obținem $m=4$ | **2p** |