Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 6

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$b_3 = b_1 q^2 \Rightarrow b_1 = \frac{b_3}{q^2} =$	**3p**
	$= \frac{12}{2^2} = 3$	**2p**
2.	$2x+1 \geq 3 \Leftrightarrow x \geq 1$	**3p**
	$x \in [1, +\infty)$	**2p**
3.	$x+1 = 11-x \Rightarrow 2x = 10$	**3p**
	$x = 5$, care convine	**2p**
4.	$C_{11}^9 = C_{11}^{11-9} = C_{11}^2$	**3p**
	$C_{11}^9 - C_{11}^2 = C_{11}^2 - C_{11}^2 = 0$	**2p**
5.	$AB = 4\sqrt{2}$, $BC = 4\sqrt{2}$, $AC = 8$	**3p**
	$AC^2 = AB^2 + BC^2$ și, cum $AB = BC$, obținem că ΔABC este dreptunghic isoscel	**2p**
6.	$\sin 135° = \sin(180° - 135°) = \sin 45°$	**2p**
	$\frac{\sin 135°}{\cos 45°} = \frac{\sin 45°}{\cos 45°} = 1$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -3 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-3) - 2 \cdot (-4) =$	**3p**
	$= -9 + 8 = -1$	**2p**
b)	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$	**3p**
	$A \cdot A \cdot A = A \cdot (A \cdot A) = A \cdot I_2 = A$	**2p**
c)	Matricea A este inversabilă și, cum $A \cdot A = I_2$, obținem că inversa matricei A este matricea A	**2p**
	$X = A^{-1} \cdot (I_2 + 3A) \Leftrightarrow X = A \cdot (I_2 + 3A) \Leftrightarrow X = A + 3A \cdot A \Leftrightarrow X = A + 3I_2$, deci $X = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$	**3p**
2.a)	$2 * 2020 = 2 \cdot 2020 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot 2020 + 6 =$	**3p**
	$= -4 + 6 = 2$	**2p**
b)	$x * y = xy - 2x - 2y + 4 + 2 =$	**3p**
	$= x(y-2) - 2(y-2) + 2 = (x-2)(y-2) + 2$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
c)	$(m-2)(n-2) + 2 = 13 \Leftrightarrow (m-2)(n-2) = 11$	**2p**
	Cum m și n sunt numere naturale, obținem $m = 3$, $n = 13$ sau $m = 13$, $n = 3$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=2e^x+2(x-1)e^x=$	**3p**
	$=e^x(2+2x-2)=2xe^x,\ x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f'(x)}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2xe^x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\left(2e^x\right)=$	**3p**
	$=2e^0=2$	**2p**
c)	$f'(x)\le 0$, pentru orice $x\in(-\infty,0]\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(-\infty,0]$ și $f'(x)\ge 0$, pentru orice $x\in[0,+\infty)\Rightarrow f$ este crescătoare pe $[0,+\infty)$	**2p**
	Pentru orice număr real x, $f(x)\ge f(0)$, deci $f(x)\ge -2$, de unde obținem $xe^x-e^x\ge -1$, deci $xe^x\ge e^x-1$, pentru orice număr real x	**3p**
2.a)	$\int_0^2(x+4)f(x)\,dx=\int_0^2(x+2)\,dx=\left(\dfrac{x^2}{2}+2x\right)\Big\vert_0^2=$	**3p**
	$=\dfrac{4}{2}+4=6$	**2p**
b)	$\int_{-2}^0 f(x)\,dx=\int_{-2}^0\dfrac{x+2}{x+4}\,dx=\int_{-2}^0\dfrac{x+4-2}{x+4}\,dx=\int_{-2}^0\left(1-\dfrac{2}{x+4}\right)dx=\left(x-2\ln(x+4)\right)\Big\vert_{-2}^0=$	**3p**
	$=0-2\ln 4-(-2)+2\ln 2=2-2\ln 2$	**2p**
c)	$\int_{-3}^a f'(x)\cdot f''(x)dx=\dfrac{1}{2}\left(f'(x)\right)^2\Big\vert_{-3}^a=\dfrac{1}{2}\left(f'(a)\right)^2-\dfrac{1}{2}\left(f'(-3)\right)^2$, pentru orice $a\in(-3,+\infty)$	**3p**
	$f'(x)=\dfrac{2}{(x+4)^2}$, deci $\int_{-3}^a f'(x)f''(x)\,dx=2\left(\dfrac{1}{(a+4)^4}-1\right)$, pentru orice $a\in(-3,+\infty)$	**2p**