Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	Rația progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$ este $q=2$	**2p**
	$S_5=\dfrac{b_1\left(q^5-1\right)}{q-1}=\dfrac{1\cdot\left(2^5-1\right)}{2-1}=31$	**3p**
2.	$f(x)<0\Leftrightarrow 3x^2-11x+6<0$	**2p**
	$\Delta=49$, deci $x\in\left(\dfrac{2}{3},3\right)$	**3p**
3.	$\lg\dfrac{1-x}{7-x}=-1\Rightarrow\dfrac{1-x}{7-x}=\dfrac{1}{10}$	**3p**
	$x=\dfrac{1}{3}$, care convine	**2p**
4.	$n+\dfrac{n(n-1)}{2}=6\Leftrightarrow n^2+n-12=0$	**3p**
	Cum n este număr natural, $n\geq 2$, obținem $n=3$	**2p**
5.	$A\left(2a-1,a^2\right)\in d\Leftrightarrow a^2=2a-1+4$	**2p**
	$a^2-2a-3=0$, deci $a=-1$ sau $a=3$	**3p**
6.	$\cos 2x=1-2\sin^2 x=1-2\cdot\left(\dfrac{12}{13}\right)^2=$	**2p**
	$=1-2\cdot\dfrac{144}{169}=-\dfrac{119}{169}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(1)=\begin{pmatrix}1&1&-2\\1&-2&1\\1&1&1\end{pmatrix}\Rightarrow\det\left(A(1)\right)=\begin{vmatrix}1&1&-2\\1&-2&1\\1&1&1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=-2+(-2)+1-4-1-1=-9$	**3p**
b)	$B(a)=A(a)\cdot A(a)=\begin{pmatrix}2-2a&-3&-3\\a-1&6&-3\\2a+1&a-1&-2a+2\end{pmatrix}$, pentru orice număr real a	**3p**
	Suma elementelor matricei $B(a)$ este egală cu 0, deci nu depinde de numărul real a	**2p**
c)	Pentru $a=-2$, sistemul devine $\begin{cases}x+y-2z=1\\x-2y+z=2\\-2x+y+z=3\end{cases}$	**2p**
	Adunând cele trei ecuații ale sistemului $(x+y-2z)+(x-2y+z)+(-2x+y+z)=1+2+3$, obținem $0=6$, fals, deci sistemul de ecuații este incompatibil	**3p**

2.a)	$(-1)*1=(-1)\cdot 1+m\big((-1)+1\big)=$	**3p**
	$=-1+m\cdot 0=-1$, pentru orice număr real m	**2p**
b)	$x*y=xy+mx+my+m^2-m^2=$	**2p**
	$=x\big(y+m\big)+m\big(y+m\big)-m^2=\big(x+m\big)\big(y+m\big)-m^2$, pentru orice numere reale x, y și m	**3p**
c)	$\big(5^x-1\big)\big(5^{x+1}-1\big)-1=-1\Leftrightarrow 5^x-1=0$ sau $5^{x+1}-1=0$	**2p**
	$x=0$ sau $x=-1$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'\big(x\big)=2\left(x^{-\frac{1}{2}}\right)'+\dfrac{1}{x^2}=2\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)x^{-\frac{3}{2}}+\dfrac{1}{x^2}=$	**3p**
	$=-\dfrac{1}{x\sqrt{x}}+\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{1-\sqrt{x}}{x^2}$, $x\in\big(0,+\infty\big)$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}f\big(x\big)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2}{\sqrt{x}}-\dfrac{1}{x}\right)=0$	**3p**
	Dreapta de ecuație $y=0$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcţiei f	**2p**
c)	$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f'\big(x\big)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1-\sqrt{x}}{x^2\big(x-1\big)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1-\sqrt{x}}{x^2\big(\sqrt{x}-1\big)\big(\sqrt{x}+1\big)}=$	**3p**
	$=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{-1}{x^2\big(\sqrt{x}+1\big)}=-\dfrac{1}{2}$	**2p**
2.a)	$F'\big(x\big)=\dfrac{1}{x}+e^x+4$, $x\in\big(0,+\infty\big)$	**3p**
	F este primitivă a funcției $f\Leftrightarrow F'\big(x\big)=f\big(x\big)$, pentru orice $x\in\big(0,+\infty\big)$, deci $m=4$	**2p**
b)	$\int_1^e f\big(x\big)\,dx=F\big(x\big)\Big\vert_1^e=F\big(e\big)-F\big(1\big)=$	**3p**
	$=e^e+3e-3$	**2p**
c)	$\int_1^2 x\,f\big(x\big)\,dx=\int_1^2 x\left(\dfrac{1}{x}+e^x\right)dx=\int_1^2\Big(1+xe^x\Big)\,dx=\Big(x+\big(x-1\big)e^x\Big)\Big\vert_1^2=$	**3p**
	$=2+e^2-1=e^2+1$	**2p**