Examenul de bacalaureat naţional 2020

Proba E. c)

Matematică *M_şt-nat*

Test 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinaţi suma primilor cinci termeni ai progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, știind că $b_1=1$ și $b_2=2$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x^2-11x+6$. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care punctele $A\left(x,f(x)\right)$ sunt situate sub axa Ox.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg(1-x)-\lg(7-x)=-1$.

5p **4.** Determinați numărul natural n, $n\geq 2$, pentru care $C_n^1+C_n^2=6$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A\left(2a-1,a^2\right)$, unde a este număr real. Determinați numerele reale a pentru care punctul A aparține dreptei d de ecuație $y=x+4$.

5p **6.** Determinați $\cos 2x$, știind că x este număr real și $\sin x=\frac{12}{13}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & 1 & -2\\ 1 & -2 & 1\\ a & 1 & 1\end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases}x+y-2z=1\\ x-2y+z=2\\ ax+y+z=3\end{cases}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(1)\right)=-9$.

5p **b)** Demonstrați că suma elementelor matricei $B(a)=A(a)\cdot A(a)$ **nu** depinde de numărul real a.

5p **c)** Pentru $a=-2$, arătați că sistemul de ecuații este incompatibil.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=xy+m(x+y)$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că $(-1)*1=-1$, pentru orice număr real m.

5p **b)** Demonstrați că $x*y=(x+m)(y+m)-m^2$, pentru orice numere reale x, y și m.

5p **c)** Pentru $m=-1$, determinați numerele reale x pentru care $5^x*5^{x+1}=-1$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{2}{\sqrt{x}}-\frac{1}{x}$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\frac{1-\sqrt{x}}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinaţi ecuaţia asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

5p **c)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f'(x)}{x-1}$.

2. Se consideră funcţiile $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x}+e^x+m$, unde m este număr real, și $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=\ln x+e^x+4x+1$.

5p **a)** Determinați numărul real m astfel încât funcția F să fie o primitivă a funcției f.

5p **b)** Pentru $m = 4$, calculați $\int_1^e f(x)\,dx$.

5p **c)** Pentru $m = 0$, calculați $\int_1^2 x f(x)\,dx$.