**Examenul de bacalaureat naţional 2020**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_tehnologic***

**Test 7**

***Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

**5p** **1.** Arătați că $\frac{2}{5}\cdot\left(\frac{2}{3}+1\right)-\left(2-\frac{4}{3}\right)=0$.

**5p** **2.** Determinați numărul real $m$ pentru care graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-mx+3$ conține punctul $A(2,5)$.

**5p** **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+4}-2=x$.

**5p** **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifrele egale.

**5p** **5.** În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $A(-1,1)$ și $B(2,-2)$. Determinați numărul real $a$, știind că punctele $A$, $B$ și $C(4,a)$ sunt coliniare.

**5p** **6.** Diagonala pătratului $MNPQ$ are lungimea de $6\sqrt{2}$. Calculați perimetrul acestui pătrat.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

**5p** **a)** Arătați că $\det(A-B)=1$.

**5p** **b)** Demonstrați că matricea $C=A\cdot A+B\cdot B$ **nu** este inversabilă.

**5p** **c)** Determinați numerele reale $x$ și $y$ pentru care $A\cdot X=X\cdot B$, unde $X=\begin{pmatrix}1 & 2\\ x & y\end{pmatrix}$.

**2.** Pe mulțimea $M=(0,+\infty)$ se definește legea de compoziție asociativă $x*y=\frac{xy+1}{x+y}$.

**5p** **a)** Arătați că $1*1=1$.

**5p** **b)** Determinați numărul $x\in M$ pentru care $x*2=\frac{3}{2}$.

**5p** **c)** Calculați $\lg 2*\lg 4*\lg 6*\lg 8*\lg 10$.

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}x^{2020}+1, & x\in(0,1]\\ \frac{x+1}{x}, & x\in(1,+\infty)\end{cases}$.

**5p** **a)** Arătați că funcția $f$ este continuă în $x_0=1$.

**5p** **b)** Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției $f$.

**5p** **c)** Demonstrați că funcția $f'$ este crescătoare pe $(1,+\infty)$.

**2.** Se consideră funcțiile $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{e^x}{x}$ și $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=e^x\ln x$.

**5p** **a)** Arătați că $\int_1^2 x f(x)\,dx=e(e-1)$.

**5p** **b)** Calculați $\int_{e}^{e^2} \frac{g(x)}{xe^x}\,dx$.

**5p** **c)** Demonstrați că $\int_{1}^{e} \left(f(x)+g(x)\right)dx = e^e$.