Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Test 8

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $1,75:0,25-2\left(\frac{17}{4}-2,25\right)=3$.

5p **2.** Determinaţi imaginea funcţiei $f:[1,5]\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(2x+4)=4$.

5p **4.** După o ieftinire cu 20%, preţul unui produs este de 144 lei. Determinaţi preţul produsului înainte de ieftinire.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,a)$ şi $B(5,0)$, unde a este număr real. Determinaţi numerele reale a, știind că segmentul AB are lungimea egală cu 5.

5p **6.** Arătați că $\sin^2 130^\circ+\cos^2 50^\circ=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 6\\ -2 & -4\end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=0$.

5p **b)** Arătați că $A\cdot A+A=O_2$.

5p **c)** Demonstraţi că există o infinitate de matrice $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $\det X=\det(X+I_2)$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=-xy+x+y$.

5p **a)** Arătați că $1\circ\sqrt{2}=1$.

5p **b)** Demonstraţi că $x\circ y=-(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x şi y.

5p **c)** Determinaţi numărul real x pentru care $3^x\circ 5^x=1$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^4-2x^2-63$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=4x(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=2$, situat pe graficul funcţiei f.

5p **c)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to 3}\frac{f(x)}{x^2-9}$.

2. Se consideră funcţiile $F:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=\frac{x^2}{x+1}$ şi $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=1-\frac{1}{(x+1)^2}$.

5p **a)** Demonstraţi că funcţia F este o primitivă a funcţiei f.

5p **b)** Calculaţi $\int_0^1 f(x)\,dx$.

5p **c)** Determinaţi numărul real a, $a>1$, pentru care $\int_1^a \frac{f(x)}{F(x)}\,dx=\ln\frac{8}{3}$.