Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Test 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Calculaţi suma primilor patru termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_1=2$ şi $a_4=11$.

5p **2.** Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x-4$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt[3]{x+2}-2=0$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie format doar din cifre pare.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,5)$ şi $B(3,1)$. Determinaţi coordonatele simetricului punctului A faţă de punctul B.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=8$, $AC=6$ şi $BC=10$. Calculaţi $\cos B$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&1&0\\1&1&1\end{pmatrix}$ şi $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătaţi că $\det(A+I_3)=4$.

5p **b)** Demonstraţi că $A\cdot A\cdot A+A=2A\cdot A$.

5p **c)** Determinaţi mulţimea valorilor reale ale lui x pentru care matricea $B(x)=A+xI_3$ este inversabilă.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+ay+1$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătaţi că $2020*0=2021$, pentru orice număr real a.

5p **b)** Determinaţi numărul real a, ştiind că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.

5p **c)** Pentru $a=-1$, determinaţi numărul real x pentru care $4^x*2^x=1$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:(2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{(x-1)^2}{x-2}$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{(x-1)(x-3)}{(x-2)^2}$, $x\in(2,+\infty)$.

5p **b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul $x=3$, situat pe graficul funcţiei f.

5p **c)** Demonstraţi că funcţia f' este crescătoare pe $(2,+\infty)$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\sqrt{x^2+1}$.

5p **a)** Arătaţi că $\displaystyle\int_1^e\frac{\sqrt{x^2+1}}{f(x)}dx=1$.

5p **b)** Calculaţi $\displaystyle\int_1^2 f^2(x)dx$.

5p **c)** Demonstraţi că $\displaystyle\int_0^{2020} f(x)dx\leq\int_0^a f(x)dx$, pentru orice $a\in[2020,+\infty)$.