

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Variantă 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\frac{1}{3} \cdot \left(1 - \frac{2}{5}\right) + \frac{4}{5} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} + \frac{4}{5} =$	3p
	$= \frac{1}{5} + \frac{4}{5} = 1$	2p
2.	$f(1) = 1$	2p
	$f(3) = 5 \Rightarrow f(1) \cdot f(3) = 1 \cdot 5 = 5$	3p
3.	$5x - 6 = 2^2 \Rightarrow 5x - 6 = 4$	3p
	$x = 2$, care convine	2p
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	2p
	În mulțimea numerelor naturale de două cifre, multiplii de 25 sunt numerele 25, 50 și 75, deci sunt 3 cazuri favorabile	2p
	$p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{3}{90} = \frac{1}{30}$	1p
5.	$O(0,0)$ este mijlocul segmentului BC	2p
	$AO = 4$	3p
6.	$\sin^2 x + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \sin^2 x = \frac{15}{16}$	3p
	Cum $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, obținem $\sin x = \frac{\sqrt{15}}{4}$	2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 4 \cdot 1 - (-3) \cdot 2 =$	3p
	$= 4 + 6 = 10$	2p
b)	$B(5) = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ și $B(-1) = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow 2B(5) + B(-1) = \begin{pmatrix} 9 & 3 \\ -3 & 9 \end{pmatrix} =$	3p
	$= 3 \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 3B(3)$	2p
c)	$A \cdot B(x) - B(4x) = \begin{pmatrix} 4x+3 & 4-3x \\ 2x-1 & 2+x \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4x & 1 \\ -1 & 4x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3-3x \\ 2x & 2-3x \end{pmatrix}$, pentru orice număr întreg x , deci $\det(A \cdot B(x) - B(4x)) = 6x^2 - 15x + 6$, pentru orice număr întreg x	3p
	$6x^2 - 15x + 6 = 0$ și, cum x este număr întreg, obținem $x = 2$	2p

2.a)	$2 * 4 = 2(4 - 2) + 4(2 - 2) = 2 \cdot 2 + 4 \cdot 0 =$ $= 4 + 0 = 4$	3p 2p
b)	$x * x = x(x - 2) + x(x - 2) = 2x(x - 2)$, pentru orice număr real x $2x(x - 2) = 0$, de unde obținem $x = 0$ sau $x = 2$	3p 2p
c)	$x * 1 = -2$, deci $(x * 1) * (x + 1) = (-2) * (x + 1) = -6x - 2$, pentru orice număr real x $-6x - 2 = 4$, de unde obținem $x = -1$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{2 \cdot (2x^2 + 1) - 2 \cdot (2x^2 + 1)'}{(2x^2 + 1)^2} =$ $= \frac{-2 \cdot 4x}{(2x^2 + 1)^2} = \frac{-8x}{(2x^2 + 1)^2}, x \in \mathbb{R}$	3p 2p
b)	$f(0) = 2, f'(0) = 0$ Ecuația tangentei este $y - f(0) = f'(0)(x - 0)$, adică $y = 2$	2p 3p
c)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (xf(x) \ln x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x \ln x}{2x^2 + 1} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2 \ln x + 2}{4x} \right) =$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2x} = 0$	3p 2p
2.a)	$\int_1^2 (f(x) - x^3 - 1) dx = \int_1^2 6x dx = 3x^2 \Big _1^2 =$ $= 12 - 3 = 9$	3p 2p
b)	$\int_0^1 \frac{x^2}{f(x) - 6x} dx = \int_0^1 \frac{x^2}{x^3 + 1} dx = \frac{1}{3} \int_0^1 \frac{(x^3 + 1)'}{x^3 + 1} dx = \frac{1}{3} \ln(x^3 + 1) \Big _0^1 =$ $= \frac{1}{3} \ln 2 - \frac{1}{3} \ln 1 = \frac{1}{3} \ln 2$	3p 2p
c)	$\int_0^1 f(\sqrt{x}) dx = \int_0^1 (x\sqrt{x} + 6\sqrt{x} + 1) dx = \left(\frac{2x^2\sqrt{x}}{5} + 6 \cdot \frac{2x\sqrt{x}}{3} + x \right) \Big _0^1 = \frac{27}{5}$ $\frac{a^3}{5} = \frac{27}{5}, \text{ de unde obținem } a = 3$	3p 2p