

**Examenul național de bacalaureat 2021**

**Proba E. c)**

**Matematică M\_tehnologic**

**Varianta 1**

**Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p 1. Arătați că  $\frac{1}{3} \cdot \left(1 - \frac{2}{5}\right) + \frac{4}{5} = 1$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 1$ . Arătați că  $f(1) \cdot f(3) = 5$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{5x - 6} = 2$ .
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 25.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(4, 0)$ ,  $B(0, 2)$  și  $C(0, -2)$ . Determinați distanța de la punctul  $A$  la mijlocul segmentului  $BC$ .
- 5p 6. Se consideră  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  astfel încât  $\cos x = \frac{1}{4}$ . Arătați că  $\sin x = \frac{\sqrt{15}}{4}$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  și  $B(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ -1 & x \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det A = 10$ .
- 5p b) Arătați că  $2B(5) + B(-1) = 3B(3)$ .
- 5p c) Determinați numărul întreg  $x$  pentru care  $\det(A \cdot B(x) - B(4x)) = 0$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = x(y - 2) + y(x - 2)$ .
- 5p a) Arătați că  $2 * 4 = 4$ .
- 5p b) Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $x * x = 0$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $(x * 1) * (x + 1) = 4$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2}{2x^2 + 1}$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{-8x}{(2x^2 + 1)^2}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = 0$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (xf(x) \ln x) = 0$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 + 6x + 1$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_1^2 (f(x) - x^3 - 1) dx = 9$ .
- 5p b) Arătați că  $\int_0^1 \frac{x^2}{f(x) - 6x} dx = \frac{1}{3} \ln 2$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $a$  pentru care  $\int_0^1 f(\sqrt{x}) dx = \frac{a^3}{5}$ .