Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică

Testul 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Calculați rația progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_3=7$ și $a_7=15$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-5$. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $f(x)\geq 2f(1)+4$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $81^x=3$.

5p **4.** Calculați $\frac{A_6^2}{P_3}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,3)$, $B(0,-5)$ și $C(4,-1)$. Arătați că triunghiul ACB este dreptunghic isoscel.

5p **6.** Arătați că $\frac{\text{tg}60^o}{\text{ctg}30^o\cdot\cos 45^o}=\sqrt{2}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -3 & -2\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=-1$.

5p **b)** Demonstrați că $A\cdot A=I_2$.

5p **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $AX-I_2=2021A$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=xy-5x-5y+30$.

5p **a)** Arătaţi că $5\circ 2021=5$.

5p **b)** Demonstrați că $x\circ y=(x-5)(y-5)+5$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați numerele întregi m și n pentru care $m^2\circ n=16$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x^2-8)e^x$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x)=(x-2)(x+4)e^x$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f'(x)}{x-2}$.

5p **c)** Demonstrați că $x^2\geq 8-4e^{2-x}$, pentru orice număr real x.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\setminus\{-1\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x-1}{x+1}$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^2 f(x)(x+1)\,dx=\frac{1}{2}$.

5p **b)** Arătați că $\int_2^3 f(x)\,dx=1+\ln\frac{9}{16}$.

5p **c)** Determinați numărul real $a>1$ astfel încât $\int_1^a f(x)f'(x)\,dx=\frac{1}{8}$.