Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică

Testul 1

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{3}-1}+\frac{1}{\sqrt{3}+1}\right)=3$.

5p **2.** Determinați numerele naturale m pentru care funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-m$ verifică relația $f(1)\geq 0$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2\log_2 x=\log_2(3x+4)$.

5p **4.** După o scumpire cu 10% prețul unui obiect este 440 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de scumpire.

5p **5.** Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul $M(1,2)$ și este paralelă cu dreapta d de ecuație $y=x+2$.

5p **6**. Calculați perimetrul triunghiului echilateral ABC, știind că înălțimea AD este de lungime $3\sqrt{3}$**.**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-2(x+y)+6$.

5p **1.** Arătați că $(-2)*2=2$.

5p **2.** Demonstrați că legea de compoziție „$*$” este comutativă.

5p **3.** Demonstrați că $x*y=(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale x și y.

5p **4.** Determinați numerele reale x pentru care $(x+1)*x=4$.

5p **5.** Determinați numerele rele x pentru care $2^{2x}*2^{x}=2$.

5p **6.** Determinați valorile reale ale lui x pentru care $(x-1)*x\leq 2$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}3 & a\\ 0 & 3\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det(A(a))=9$, pentru orice număr real a.

5p **2.** Arătaţi că $A(0)\cdot A(2021)=3A(2021)$.

5p **3** Arătați că $A(a-1)+A(a+1)=2A(a)$, pentru orice număr real a .

5p **4.** Determinaţi numerele naturale nenule m și n pentru care $A(m)\cdot A(n)=3A(3)$.

5p **5.** Determinați numărul real a pentru care $A(a^2)-2A(a)+A(1)=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

5p **6.** Determinați numărul matricelor $A(k)$, unde k este număr întreg și $\det(k\cdot A(k))\leq 36$.